

Пермский край
2023-2024 учебный год
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
11 КЛАСС

Время выполнения заданий — 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий — 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

- 11.1. Шоколадка стоит целое число рублей. У Пети есть 11 сторублёвых купюр и меньше 100 рублей мелочью. У Васи есть 15 сторублёвых купюр и меньше 100 рублей мелочью. После того как Петя купил 9 шоколадок, а Вася — 13 шоколадок, у каждого из мальчиков закончились деньги. Сколько стоит шоколадка? Укажите все возможные варианты и объясните, почему других нет.
- 11.2. Существует ли такой многочлен P , что его степень не ниже 1 и $P(\cos x) = P(\sin x)$ для любого действительного x ?
- 11.3. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. Сторонами, противоположными вершинам A, B, C, D, E , мы называем соответственно отрезки CD, DE, EA, AB, BC . Медианой пятиугольника будем называть отрезок, соединяющий его вершину с серединой противоположной этой вершине стороны. В пятиугольнике нашлись четыре медианы, каждая из которых делит его на два четырёхугольника одинаковой площади. Докажите, что все пять медиан обладают этим свойством.
- 11.4. Найдите все натуральные значения, которые может принимать число $\sqrt{n} + \sqrt{n + 2023}$, если n является натуральным числом.
- 11.5. На плоскости выбрана 1001 точка так, что никакие три из этих точек не лежат на одной прямой. Каждая выбранная точка покрашена либо в красный, либо в синий, либо в зелёный цвета, при этом есть точка каждого из цветов. Некоторые пары точек разного цвета соединены отрезками, причём из каждой точки выходит одинаковое число отрезков, и хотя бы один отрезок проведён. Докажите, что найдётся красная точка, которая соединена и с синей, и с зелёной точкой.