



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2023 г. I ТУР 11 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. В каждой клетке таблицы 1800×3 (1800 строк, 3 столбца) стоит одна из букв О, Р или Т. В каждой строке все буквы различны, и в каждом столбце ровно по 600 букв О, Р и Т. Докажите, что строк, в которых записано (слева направо) слово ОРТ, столько же, сколько строк, в которых записано (слева направо) слово ТОР.

2. В тетраэдре $ABCD$ углы BAD и BCD прямые. В плоскости ABC через точку B проведена касательная к описанной окружности треугольника ABC . Докажите, что она перпендикулярна прямой BD .

3. Из белой доски 100×100 вырезали клетки, лежащие на пересечении строк с чётными номерами и столбцов с нечётными номерами. За один ход Катя закрашивает две соседние по стороне (невырезанные) клетки доски: одну в красный цвет, а другую — в зелёный. Уже закрашенную ранее клетку разрешается закрашивать снова (в том числе и в другой цвет), но каждую клетку можно закрашивать не более двух раз. Краски непрозрачные: например, клетка, покрашенная красным поверх зелёного становится красной. Какое наибольшее количество зелёных клеток может оказаться на доске через несколько ходов?

4. Какое число больше: $\sqrt[97]{2} + \sqrt[102]{2} + \sqrt[100]{2^{99}}$ или 4?

5. Андрей записал в тетрадку натуральные числа n , n^2 , n^3 и n^4 . Оказалось, что в их записи цифры 4, 5, 6, 7, 8, 9 использовались поровну раз, и цифры 0, 1, 2, 3 поровну раз, причем цифра 0 — на один раз больше, чем цифра 4. На какую цифру начинается число n ?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2023 г. I ТУР 11 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. В каждой клетке таблицы 3×1200 (3 строки, 1200 столбцов) стоит одна из букв И, К или С. В каждом столбце все буквы различны, и в каждой строке ровно по 400 букв И, К и С. Докажите, что столбцов, в которых записано (сверху вниз) слово ИКС, столько же, сколько столбцов, в которых записано (сверху вниз) слово КСИ.

2. В тетраэдре $ABCD$ угол ABC прямой. В плоскости BAD проведена касательная к описанной окружности треугольника BAD в точке A . Оказалось, что эта касательная перпендикулярна прямой AC . Докажите, что угол ADC прямой.

3. Из белой доски 200×200 вырезали клетки, лежащие на пересечении строк с нечётными номерами и столбцов с чётными номерами. За один ход Андрей закрашивает две соседние по стороне (невырезанные) клетки доски: одну в синий цвет, а другую — в красный. Уже закрашенную клетку разрешается закрашивать снова (в том числе и в другой цвет), но каждую клетку можно закрашивать не более двух раз. Краски непрозрачные: например, клетка, покрашенная красным поверх синего становится красной. Какое наибольшее количество красных клеток может оказаться на доске через несколько ходов?

4. Какое число больше: $\sqrt[98]{2} + \sqrt[101]{2} + \sqrt[100]{2^{99}}$ или 4?

5. Андрей записал в тетрадку натуральные числа n , n^2 , n^3 и n^4 . Оказалось, что в их записи цифры 6, 7, 8, 9 использовались поровну раз, и цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5 поровну раз, причем цифру 0 — на один раз меньше, чем цифру 6. На какую цифру начинается число n ?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru