

11 класс

1. Четыре последовательных натуральных числа разбиты на две группы по 2 числа. Известно, что произведение чисел одной группы на 2023 больше, чем произведение чисел другой группы. Найдите эти числа.

2. При каком наибольшем натуральном n число $n^8 + n^6 + n^4 + n^2 + 100$ делится на $n + 1$?

3. В некотором государстве было решено построить 30 новых городов на 20 необитаемых островах так, чтобы на каждом острове был хотя бы один город. Между любой парой новых городов, находящихся на *разных* островах, планируется установить прямое паромное сообщение. Определите наименьшее возможное количество таких паромных сообщений.

4. Докажите, что если $(a + c)(a + b + c) < 0$, то

$$(b - c)^2 > 4a(a + b + c).$$

5. В прямоугольном треугольнике ABC точка O — середина гипотенузы AB , угол A равен 60° . Окружность ω касается гипотенузы AB в точке O и проходит через точку C . Описанная окружность треугольника ABC и катет BC пересекают окружность ω соответственно в точках M и N , отличных от C . Найдите угол между прямыми MN и AB .

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.

Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.

Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.