

**Задания муниципального этапа  
всероссийской олимпиады школьников  
2023/24 учебного года  
по математике  
Тула 2023**

**11 класс**

**11.1.** Иван сыграл в следующую игру. Он взял 7 листов бумаги и разрезал некоторые из них на 7 частей каждый. Затем он смешал все куски вместе, взял некоторые из них и снова разрезал на 7 частей, и так далее. Закончив эту игру, он подсчитал количество всех кусочков бумаги (разного размера). Могло ли у него получиться 1001 кусков?

**11.2.** В целях информационной защиты рекомендовано периодически изменять пароль на телефоне. Петя решил обновить старый пароль (натуральное число, записанное в десятичной системе), приписав справа к нему две цифры. Оказалось, что полученное число в точности равно сумме всех натуральных чисел от 1 до старого пароля включительно. Какой пароль был изначально у Пети на телефоне?

**11.3.** На школьном ученическом совете собрались старосты из каждого класса. При этом оказалось, что если двое старост имеют среди других участников совета одинаковое количество друзей, то у них нет общих друзей. Докажите, что найдётся староста, который имеет ровно одного друга из числа участников совета.

**11.4.** Дан тетраэдр  $ABCD$ . Обозначим через  $a$ ,  $b$  и  $c$  – произведения длин его противоположных ребер. Можно ли построить треугольник со сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$ ?

**11.5.** Сумма всех корней уравнения

$$\cos^{100} x + a_1 \cos^{99} x + a_2 \cos^{98} x + \dots + a_{99} \cos x + a_{100} = 0,$$

расположенных на отрезке  $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ , равна  $21\pi$ , а сумма всех корней уравнения

$$\sin^{100} x + a_1 \sin^{99} x + a_2 \sin^{98} x + \dots + a_{99} \sin x + a_{100} = 0,$$

расположенных на том же отрезке, равна  $24\pi$ . Сколько корней на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  имеет первое уравнение?