

11 КЛАСС

1. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 + 3x + 3 = 0$.
2. Пусть $S(N)$ — сумма цифр натурального числа N . Найдите все такие N , для которых справедливо равенство $N + S(N) = 2023$.
3. Вписанный четырёхугольник $ABCD$ не имеет параллельных сторон. Лучи BA и CD пересекаются в точке E , а лучи AD и BC — в точке F . Докажите, что если $AE = CF$, то $DE = DF$.
4. На отрезке $[0, 1]$ числовой прямой расположены три точки a, b, c . Докажите, что найдётся точка x из отрезка $[0, 1]$ такая, что

$$\frac{1}{|x - a|} + \frac{1}{|x - b|} + \frac{1}{|x - c|} < 20.$$

5. Можно ли разбить множество чисел $1, 2, 3, \dots, 2022, 2023$ на два подмножества таким образом, чтобы сумма чисел одного подмножества равнялась произведению чисел второго?