

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО  
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап

11 класс

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

11.1. Когда одно из двух натуральных чисел возвели в квадрат, а из другого извлекли квадратный корень, их сумма не изменилась. Докажите, что эта сумма четна.

11.2. Рассматриваются квадратные трехчлены вида  $x^2 + px + q$  с целыми коэффициентами, при этом  $p + q = 30$ . Сколько таких трехчленов имеют целые корни?

11.3. В треугольнике с углом  $120^\circ$  стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию с разностью 1. Найдите стороны треугольника.

11.4. Пусть  $ABCD$  – вписанный четырехугольник. На луче  $DC$  отложен отрезок  $DA_1$ , равный  $DA$ , а на луче  $BA$  отложен отрезок  $BC_1$ , равный  $BC$ . Докажите, что прямая  $BD$  делит отрезок  $A_1C_1$  пополам.

11.5. В каждой вершине правильного 2023-угольника записано положительное число, причем каждое из этих чисел равно или среднему арифметическому, или среднему геометрическому двух чисел, записанных в соседних вершинах. Докажите, что все записанные в вершинах числа равны между собой.