

# Условия задач

(районная математическая олимпиада 2023 г.)

## 7 класс

1. Есть две свечи одинаковой длины, которые горят равномерно. Первая свеча сгорает за 8 минут, вторая - за 10 минут. Через сколько минут высота первой свечи будет вдвое меньше второй, если их зажгли одновременно?
2. Два различных натуральных числа записаны при помощи 4 четверок, 3 троек, 2 двоек и одной единицы каждое. Может ли одно из них делиться на другое нацело? (Ответ обоснуйте, в случае «да» достаточно привести пример).
3. Четно или нечетно значение произведения  $(3x+10y+5z - 3)(5x-30y-z+10)$ , где  $x$ ,  $y$  и  $z$  – целые числа?
4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  углы при вершинах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  равны. На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$ . Докажите, что если  $AD=CD=BE$ , то  $CE$  – биссектриса угла  $BCD$ .
5. Докажите, что при любом  $n$  или в записи числа  $n^3 + n$ , или в записи числа  $n^3 - n$  последняя цифра равна нулю.