

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
2023-2024 учебный год
7 класс
Максимальный балл – 35**

1. Петя увеличил числитель некоторой дроби на 2048 и её значение увеличилось на 2. Чему может быть равен знаменатель этой дроби?

2. Вася начал выписывать в одну строку числа. Сначала он записал 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, затем 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, затем 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2 и так далее. После выписанных 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 он продолжает писать и начинает снова с 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и так далее. Какая цифра будет на 2023 месте?

3. У Миши есть набор из пяти карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5 (всех карточек по одной) и он составляет из них пятизначные числа. Число назовём *холмистым*, если у каждой не крайней цифры либо оба соседа больше неё, либо оба меньше (при этом может быть, что у одних оба выше, а у других оба ниже). Сколько холмистых чисел Миша может составить?

4. На острове честных гномов появился самозванец. Сейчас всего на острове 63 гнома, они весят одинаково и всегда говорят правду, кроме самозванца, который весит меньше и всегда лжет, и не хочет быть пойманным. Слепой волшебник с помощью магии переносит на чаши весов по 31 гному, после чего гном, не участвовавший во взвешивании, сообщает волшебнику, которая из чаш перевесила (или что весы в равновесии). Сможет ли волшебник с помощью таких операций найти самозванца? (Волшебник умеет нумеровать гномов и отличать их, а также переставлять их на чаши по своему усмотрению, но только по 31 штуке.)

5. Катя записывает все целые положительные числа n , которые дают остаток 7 при делении 2023 на n . Какова сумма чисел, которые она запишет?