

Уважаемый участник олимпиады!

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно читайте задания;
- обязательно записывайте номер задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики **не** проверяются;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа;
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Вам предстоит решить **5 задач**:

7.1. Приведите пример такого выражения, состоящего из единиц, скобок, знаков «+» и «×», что

– его значение равно 11;

– если в этом выражении заменить все знаки «+» на знаки «×», а знаки «×» на знаки «+», то всё равно получится 11.

7.2. Петя нарисовал 5 прямых (рис.1) и заметил, что они пересекаются ровно в 6 точках. Нарисуйте 8 прямых так, чтобы они пересекались ровно в 11 точках.

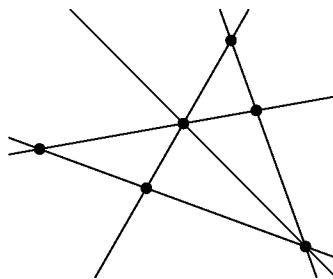


Рис.1

7.3. Петя говорит, что если a^5 делится на b^2 , где a и b — натуральные числа, то a^2 делится на b . Докажите, что он неправ, приведя опровергающий пример.

7.4. В понедельник 5 человек из класса получили пятёрки по математике, во вторник пятёрки получили 8 человек, в среду – 6 человек, в четверг – 4 человека, в пятницу – 9 человек. Никто из учеников не получал пятёрки два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников могло учиться в классе?

7.5. В музее 16 залов, расположенных, как показано на рисунке 2.

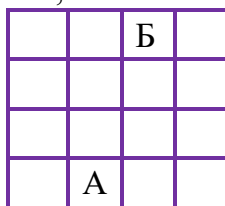


Рис.2

В половине из них выставлены картины, а в половине - скульптуры. Из любого зала можно попасть в любой соседний с ним (имеющий общую стену). При любом осмотре музея залы чередуются: зал с картинами - зал со скульптурами - зал с картинами и т.д. Осмотр начинается в зале А, в котором висят картины, а заканчивается в зале Б.

а) Обозначьте крестиками все залы, в которых висят картины.

б) Турист хочет осмотреть как можно больше залов (пройти от зала А к залу Б), но при этом в каждом зале побывать не больше одного раза. Какое наибольшее количество залов он сможет посмотреть? Нарисуйте какой-нибудь его маршрут наибольшей длины и докажите, что большее количество залов он посмотреть не мог.