ЗАДАНИЯ

МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

2023/24 учебный год

8 класс

8.1. (7 баллов)

Назовём билет с номером от 000000 до 999999 «отличным», если в записи его номера имеются две соседние цифры, отличающиеся на 5. Сколько всего существует «отличных» билетов?

8.2. (7 баллов)

Если в произведении двух чисел первый множитель увеличить на 1, а второй уменьшить на 1, то произведение увеличится на 2023. Как изменится произведение исходных чисел, если, наоборот, первый множитель уменьшить на 1, а второй увеличить на 1?

8.3. (7 баллов)

Два графика линейных функций пересекаются при x = 2. При x = 8 значения отличаются на 8. При x = 20 значение одной из функций равно 100. Чему может быть равно значение другой функции?

8.4. (7 баллов)

Про действительные числа a, b и c известно, что ab + bc + ca = 3. Какие значения может принимать выражение

$$\frac{a(b^2+3)}{a+b} + \frac{b(c^2+3)}{b+c} + \frac{c(a^2+3)}{c+a}$$
?

8.5. (7 баллов)

Точка M — середина стороны BC треугольника ABC. На отрезке AC нашлась такая точка D, что DM и BC перпендикулярны. Отрезки AM и BD пересекаются в точке X. Оказалось, что AC = 2BX. Докажите, что X — середина отрезка AM.