

Условия задач

(районная математическая олимпиада 2023 г.)

8 класс

1. Решите уравнение в целых числах:

$$5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2y - 2x + 2 = 0.$$

2. Какое из чисел больше, $\sqrt{1012 + \sqrt{2023}} - \sqrt{1012 - \sqrt{2023}}$ или $\sqrt{2}$?

3. Верно ли следующее утверждение: сумма расстояний от любой точки внутри выпуклого четырехугольника до его вершин не превышает периметра этого четырехугольника?

4. Про числа a и b известно, что

$$\frac{1}{3a} + \frac{2}{3b} = \frac{3}{a+2b}.$$

Какие значения может принимать их разность $a - b$?

5. В некоторой фирме 17 сотрудников (коллег) используют для общения три мессенджера. При этом любая пара сотрудников общается только в одном мессенджере. Докажите, что можно создать группу, в которую входят не менее трех сотрудников, попарно общающихся друг с другом в одном и том же мессенджере.