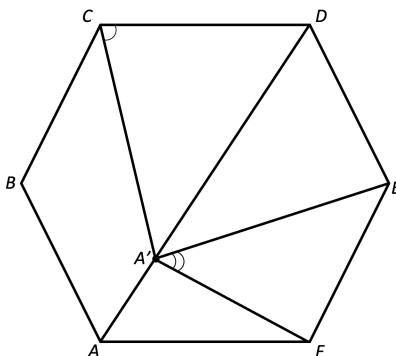


**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
2023-2024 учебный год
8 класс
Максимальный балл – 35**

1. Никита задумал число. Он говорит, что это нечётное двузначное число, у которого обе цифры простые (1 простым числом не является) и что это число делится на сумму своих цифр. Какие числа может задумать Никита? (Найдите все и объясните почему других нет.)

2. Вася начал выписывать в одну строку числа. Сначала он записал 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, затем 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, затем 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2 и так далее. После выписанных 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 он продолжает писать и начинает снова с 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и так далее. Какая цифра будет на 2023 месте?

3. Аня, Серёжа и Миша нашли задачу по геометрии: «В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ на диаметре AD отмечена точка A' делящая диаметр в отношении $1 : 3$ считая от вершины A . Сравните $2\angle FA'E$ и $\angle A'CD$.» У Ани получилось $2\angle FA'E = \angle A'CD$, у Серёжи $2\angle FA'E > \angle A'CD$, у Миши $2\angle FA'E < \angle A'CD$. Кто из ребят прав? (Диаметр – это отрезок, соединяющий противоположные вершины, все диаметры пересекаются в одной точке и каждый в 2 раза больше стороны.)



4. В клетчатом квадрате 101×101 отметили все узлы сетки на сторонах, кроме вершин квадрата. Надо разбить отмеченные 400 точек на пары и соединить каждую пару отрезком так, чтобы отрезки не шли по сторонам квадрата и не пересекались. Сколько есть способов это сделать?

5. Натуральные числа x, y, z таковы, что

$$\frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{z^2}{x^2 + z^2} = \frac{2z}{y + z}.$$

Докажите, что yz – точный квадрат.