

РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

2023

8 КЛАСС

Задача 1. Есть два автомата. Один — Прибавитель — за рубль к введенному в него числу прибавляет некоторое положительное число (всегда одно и то же) и выдает результат. Другой — Умножитель — за рубль любое введенное в него число умножает на некоторое (всегда одно и то же, не обязательно такое же, как у Прибавителя) положительное число и выдает результат. При этом какой автомат Прибавитель, а какой — Умножитель, заранее неизвестно. Как за 1 рубль выяснить, какой автомат — Прибавитель, а какой — Умножитель?

Задача 2. Барон Мюнхгаузен проехал на коне 50 км. Он рассказывал потом, что потратил на весь путь 3 часа, причем его средняя скорость в первые два часа равнялась 20 км/ч и в последние два часа — тоже 20 км/ч. Могло ли случиться, что он сказал правду?

Задача 3. Может ли биссектриса остроугольного треугольника быть вдвое длиннее его высоты, проведенной из той же вершины?

Задача 4. Три числа таковы, что их сумма равна 0, а куб разности любых двух из них равен разности их кубов (взятых в том же порядке). Докажите, что среди этих чисел есть нуль.

Задача 5. Клетки доски 5×5 покрашены в черный и белый цвета в шахматном порядке так, что угловые клетки — белые. Петя и Вася (начинает Петя) по очереди ставят на пустые клетки доски фишки: Петя — на белые, Вася — на черные. При этом нельзя ставить фишку на клетку рядом с фишкой соперника. Проигрывает тот, кто не может поставить очередную фишку без нарушения правил. Кто выигрывает при правильной игре?