

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике  
2023-2024 учебный год

8 класс

1. Маша расставила между последовательно записанными числами  $1, 2, \dots, 2023$  знаки плюс и минус (между каждыми двумя соседними числами стоит один знак) так, что значение выражения получилось равным  $2$ . Петя списывал пример у Маши, но перепутал все знаки (плюсы стали минусами, а минусы плюсами). Чему равно значение выражения у Пети? (Ответ объясните.)
2. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду (и друг другу, и лгунишкам), а также лгунишки, которые говорят правду друг другу, но врут рыцарям. Однажды несколько аборигенов сели за стол, и каждый сказал своему правому соседу одну из двух фраз: “Ты лгунишка” или “Ты рыцарь”, причем вторая фраза была произнесена  $10$  раз. Затем каждый сказал своему соседу слева одну из тех же фраз, но при этом фраза “Ты лгунишка” была произнесена  $30$  раз. Сколько человек могло сидеть за столом?
3. Дан квадрат  $ABCD$ . Точка  $K$  – середина стороны  $AB$ . На диагонали  $AC$  отметили точку  $F$  такую, что  $AF : FC = 3 : 1$ . Докажите, что  $\angle KFD = 90^\circ$ .
4. Найдите наименьшее натуральное число, у которого есть три разных собственных делителя, сумма которых равна  $1001$ . (Собственный делитель числа — это его натуральный делитель, отличный от  $1$  и самого числа.)
5. В школе работают несколько кружков. В каждом кружке более одного человека, для каждых двух кружков есть человек, который посещает оба. Докажите, что можно выдать каждому ученику красный, синий или зелёный значок так, чтобы в каждом кружке оказались обладатели значков хотя бы двух цветов.