

Ленинградская область  
Всероссийская олимпиада школьников по математике  
*Муниципальный этап*  
2023-2024 уч.год  
8 класс

1. В ряд выложены черные и белые шашки, так, что они чередуются через одну. Известно, что из них белых шашек ровно 52%. Сколько черных шашек выложено в ряд?
2. Через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла  $ABC$ , пересекающие лучи  $BC$  и  $BA$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Какие значения может принимать длина стороны  $AB$ , если  $BM = 15$  и  $CK = 4$ ?
3. Про неотрицательные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  известно, что

$$a^3 = 3b^2 + 3b + 4 \quad b^3 = 3c^2 + 3c + 4 \quad c^3 = 3a^2 + 3a + 4$$

Чему равно произведение  $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$ ?

4. Петя взял шесть последовательных целых чисел и расставил их в каком-то порядке по кругу. Затем он попросил Васю посчитать все суммы соседних чисел. Могло ли у Васи получиться в результате 6 последовательных чисел в каком-то порядке?
5. Пусть  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$ . Докажите, что

$$ab + ac + ad + bc + bd + cd \leq 6.$$

*Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.*

*Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.*

*Не забудьте обосновать свои решения задач!*