

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**2023-2024 учебный год**

**8 класс**

*Инструкция по выполнению заданий: Вам предлагается решить математические задачи, указав в каждой из них ответ и развёрнутое решение, либо обоснование ответа. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Задачи можно решать в любом порядке. Время выполнения заданий - 235 минут.*

**8.1.** В кружке занимаются 19 школьников. На праздник 8 Марта каждый из мальчиков послал открытки девочкам из кружка (каждый – хотя бы одну). Оказалось, что каждая девочка получила ровно одну открытку, а любые два мальчика послали разное число открыток. Какое наибольшее число мальчиков могло быть в кружке?

**8.2.** В кошельке лежит 100 рублей монетами по 1, 2 и 5 рублей. Каждый из 21 человека подходил к кошельку и клал или брал ровно одну монету этих достоинств. В итоге в кошельке оказалось ровно 120 рублей монетами по 1, 2 и 5 рублей. Верно ли, что кто-то либо взял, либо положил монету достоинством 2 рубля?

**8.3.** Точка  $I$  – точка пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ . На продолжении  $AI$  за точку  $I$  и на продолжении  $AB$  за точку  $B$  выбраны соответственно точки  $N$  и  $M$  так, что  $BCNM$  – параллелограмм. Аналогично на продолжении  $CI$  за точку  $I$  и на продолжении  $CB$  за точку  $B$  выбраны соответственно точки  $K$  и  $L$  так, что  $BAKL$  – параллелограмм. Докажите, что прямые  $BI$  и  $LM$  перпендикулярны.

**8.4.** Какие значения может принимать произведение  $ab$ , если известно, что выполняются равенства  $a^2 - b^2 = a^3 + b^3$  и  $a^3 - b^3 = a^4 + b^4$ ?

**8.5.** На столе лежат 100 карточек с числами от 1 до 100. Двое играют в следующую игру. Ходят по очереди. За один ход можно взять со стола любую карточку. Игра заканчивается, когда на столе останется две карточки. Второй выигрывает, если числа на оставшихся карточках отличаются ровно на 10. Иначе выигрывает первый. Кто выигрывает при правильной игре?