



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2023 Г. I ТУР 8 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. В школе №1 посёлка Метёлкино 800 мест, а учится 1450 учеников, а в школе №2 — 900 мест, а учится 1350 учеников. Если бы треть девочек из школы №1 перешла в школу №2, то обе школы оказались бы переполнены на одинаковое число детей. После того, как в Метёлкино построили школу для девочек на 1300 мест, выяснилось, что можно перераспределить детей по школам так, что переполненных школ не будет. Какое наименьшее число девочек могло учиться в школе №2 до постройки новой школы?

2. Для положительных чисел $a \geq b \geq c$ докажите, что

$$3a^2 + 5bc \geq 3b^2 + 5ac.$$

3. Федя изучает некое натуральное число N . Он утверждает, что при любом разбиении числа 4000 в сумму двух различных натуральных слагаемых число N делится ровно на одно из них. Докажите, что он ошибается.

4. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL . На отрезке CL выбрана такая точка E , что $CL \cdot EL = AL^2$. Оказалось, что $BC = CE + AB$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

5. Из белой доски 100×100 вырезали клетки, лежащие на пересечении строк с четными номерами и столбцов с нечетными номерами. За один ход Катя закрашивает две соседние по стороне (невырезанные) клетки доски: одну в красный цвет, а другую — в зеленый. Уже закрашенную ранее клетку разрешается закрашивать снова (в том числе и в другой цвет), но каждую клетку можно закрашивать не более двух раз. Краски непрозрачные: например, клетка, покрашенная красным поверх зеленого становится красной. Какое наибольшее количество зеленых клеток может оказаться на доске через несколько ходов?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
18 НОЯБРЯ 2023 Г. I ТУР 8 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. В школе №1 города Мушкетёрск 800 мест, а учится 1250 учеников, а в школе №2 — 700 мест, а учится 1350 учеников. Если бы пятая часть мальчиков из школы №2 перешла в школу №1, то обе школы оказались бы переполнены на одинаковое число детей. После того, как в Мушкетерске построили школу для мальчиков на 1300 мест, выяснилось, что можно перераспределить детей по школам так, что переполненных школ не будет. Какое наименьшее число мальчиков могло учиться в школе №1 до постройки новой школы?

2. Для положительных чисел $x \leq y \leq z$ докажите, что

$$3x^2 + 7yz \geq 3y^2 + 7xz.$$

3. Саша изучает некое натуральное число M . Он утверждает, что при любом разбиении числа 2000 в сумму двух различных натуральных слагаемых число M делится на одно из них и не делится на другое. Докажите, что он ошибается.

4. В треугольнике ABC проведена биссектриса AK . На отрезке CK выбрана такая точка D , что $BK^2 = CK \cdot DK$. Оказалось, что $CD + AB = AC$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

5. Из белой доски 200×200 вырезали клетки, лежащие на пересечении строк с нечетными номерами и столбцов с четными номерами. За один ход Андрей закрашивает две соседние по стороне (невырезанные) клетки доски: одну в синий цвет, а другую — в красный. Уже закрашенную ранее клетку разрешается закрашивать снова (в том числе и в другой цвет), но каждую клетку можно закрашивать не более двух раз. Краски непрозрачные: например, клетка, покрашенная красным поверх синего, становится красной. Какое наибольшее количество красных клеток может оказаться на доске через несколько ходов?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru