

8 класс

1. На рисунке 1 изображено числовое колесо. В кружочки поставьте первые девять нечётных простых чисел так, чтобы сумма любых трёх чисел, расположенных по диаметру, была простым числом.

а) Может ли при этом в центре колеса стоять цифра 5?

б) Может ли при этом в центре колеса стоять цифра 3?

2. Даны действительные числа a, b, c , причём $a > b > c$. Верно ли, что

$$a^2b + b^2c + c^2a > b^2a + a^2c + c^2b?$$

3. За круглым столом сидят 100 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — лжец и рыцарь». Сколько лжецов сидит за столом?

4. а) Можно ли в таблице размером 6×6 расставить 36 целых чисел так, чтобы сумма четырёх чисел в каждом квадрате 2×2 была отрицательной, а сумма всех 36 чисел — положительной?

б) Можно ли в таблице размером 5×5 расставить 25 целых чисел так, чтобы сумма чисел в каждом квадрате 2×2 была отрицательной, а сумма всех 25 чисел — положительной?

5. В треугольнике ABC углы A и B равны 30° и 45° соответственно. На биссектрисе угла A вне треугольника ABC отметили точку M такую, что $\angle MBC = 90^\circ$. Найдите угол MCB .

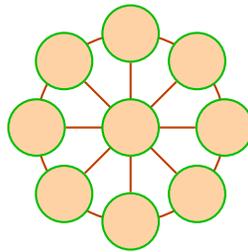


Рис. 1

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.
Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.
Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.