

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО

МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап

8 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

8.1. Сравните числа $\frac{2022}{2023}$ и $\frac{20222022}{20232023}$.

8.2. Число 2023 представьте в виде разности квадратов двух натуральных чисел. Рассмотрите все возможные варианты.

8.3. Точка P – середина гипотенузы MN прямоугольного равнобедренного треугольника MNK . Точки R и Q выбраны на катетах NK и MK соответственно так, что $NR = KQ$. Докажите, что треугольник RQP – также прямоугольный равнобедренный.

8.4. Анна, Марина и Ольга решили 200 задач, причем каждая из них решила 120 задач. Назовем задачу «трудной», если ее решила только одна девочка, и «легкой», если ее решили все три девочки. Докажите, что «трудных» задач на 40 больше, чем «легких».

8.5. В турнире по шахматам принимали участие двое братьев – близнецов. На вопрос о том, есть ли у них еще братья или сестры и какого они возраста, близнецы ответили: «У нас есть брат, его возраст записывается двумя одинаковыми цифрами, а суммарный возраст всех нас троих – двузначное число, у которого вторая цифра вдвое больше первой». Определите возраст братьев.