

# ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО

## МАТЕМАТИКЕ

### Муниципальный этап

#### 8 класс

#### *Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

### Условия задач

8.1. Сравните числа  $\frac{2022}{2023}$  и  $\frac{20222022}{20232023}$ .

8.2. Число 2023 представьте в виде разности квадратов двух натуральных чисел. Рассмотрите все возможные варианты.

8.3. Точка  $P$  – середина гипотенузы  $MN$  прямоугольного равнобедренного треугольника  $MNK$ . Точки  $R$  и  $Q$  выбраны на катетах  $NK$  и  $MK$  соответственно так, что  $NR = KQ$ . Докажите, что треугольник  $RQP$  – также прямоугольный равнобедренный.

8.4. Анна, Марина и Ольга решили 200 задач, причем каждая из них решила 120 задач. Назовем задачу «трудной», если ее решила только одна девочка, и «легкой», если ее решили все три девочки. Докажите, что «трудных» задач на 40 больше, чем «легких».

8.5. В турнире по шахматам принимали участие двое братьев – близнецов. На вопрос о том, есть ли у них еще братья или сестры и какого они возраста, близнецы ответили: «У нас есть брат, его возраст записывается двумя одинаковыми цифрами, а суммарный возраст всех нас троих – двузначное число, у которого вторая цифра вдвое больше первой». Определите возраст братьев.