

## Региональный этап 50-й Всероссийской олимпиады школьников по математике

### 9 класс

#### Второй день

**9.6.** На доске записано 7 различных чисел, сумма которых равна 10. Петя умножил каждое из них на сумму остальных шести и записал 7 полученных произведений в тетрадь. Оказалось, что в тетради встречаются только четыре различных числа. Найдите одно из чисел, записанных на доске.

**9.7.** На окружности длиной 1 метр отмечена точка. Из неё в одну и ту же сторону одновременно побежали два таракана с различными постоянными скоростями. Каждый раз, когда быстрый таракан догонял медленного, медленный мгновенно разворачивался, не меняя скорости. Каждый раз, когда они встречались лицом к лицу, быстрый мгновенно разворачивался, не меняя скорости. На каком расстоянии от отмеченной точки могла произойти их сотая встреча?

**9.8.** На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $BP = PQ = QC$ . Точки  $X$  и  $Y$  выбраны соответственно на отрезках  $AC$  и  $AB$  так, что  $PX \perp AC$  и  $QY \perp AB$ . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника  $ABC$  равноудалена от прямых  $XQ$  и  $YP$ .

**9.9.** Правильный треугольник  $T$  со стороной 111 разбит прямыми, параллельными его сторонам, на правильные треугольники со стороной 1. Все вершины этих треугольников, кроме центра треугольника  $T$ , отмечены. Назовём множество из нескольких отмеченных точек *линейным*, если все эти точки лежат на одной прямой, параллельной стороне  $T$ .

**9.10.** Существует ли натуральное число  $n > 10^{100}$  такое, что десятичные записи чисел  $n^2$  и  $(n+1)^2$  отличаются перестановкой цифр? (Иначе говоря, в десятичных записях чисел  $n^2$  и  $(n+1)^2$  должно быть поровну цифр 0, поровну цифр 1, ..., поровну цифр 9.)