

**ЗАДАНИЯ**  
**МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ**  
**ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**2023/24 учебный год**

**9 класс**

9.1. (7 баллов)

Найдите наименьшее натуральное число, обладающее такими свойствами:

- его половина – квадрат целого числа;
- его треть – куб целого числа;
- его пятая часть – пятая степень целого числа.

9.2. (7 баллов)

В выходной день каждый из учеников класса один раз побывал на катке. Известно, что каждый мальчик встретил там своих одноклассниц. Докажите, что либо все мальчики, либо все девочки встретились друг с другом.

9.3. (7 баллов)

Имелось две свечи одинаковой длины, но разной толщины. Известно, что толстая свеча сгорает за 5 часов, а тонкая – за 4 часа. Когда погас свет, обе свечи зажгли одновременно. Когда свет вновь появился, свечи потушили. Оказалось, что огарок толстой свечи в 4 раза длиннее огарка тонкой свечи. Сколько времени горели свечи?

9.4. (7 баллов)

В треугольник вписана окружность радиуса  $r$ . Касательные к этой окружности, параллельные сторонам треугольника, отсекают от него три маленьких треугольника. Пусть  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  – радиусы вписанных в эти треугольники окружностей. Докажите, что  $r_1 + r_2 + r_3 = r$ .

9.5. (7 баллов)

Найдите все такие пары трехчленов  $x^2 + ax + b$  и  $x^2 + cx + d$ , что корни второго трехчлена только числа  $a$  и  $b$ , а корни первого трехчлена – числа  $c$  и  $d$ .