

2023/24 уч. год

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

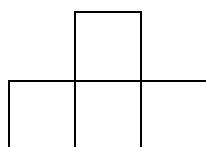
9.1. Найдите все такие натуральные числа x , чтобы оба числа $a = x^2 - 3x - 2$ и $b = x^2 + 13x + 3$ были простыми.

9.2. Самый быстрый бегун в классе бежит на 0,1 м/с быстрее второго, на 0,2 м/с быстрее третьего и на 0,3 м/с быстрее четвертого. Для эстафеты 2×400 м составили две команды. В первую взяли самого быстрого и самого медленного из этих четырёх, во вторую оставшихся двух школьников. Какая команда быстрее пробежит эстафету?

Примечание: каждый бегун бежит дистанцию с постоянной скоростью; в эстафете 2×400 м в каждой команде 2 участника, каждый участник бежит 400 м.

9.3. Точки X и Y лежат внутри описанного четырёхугольника $ABCD$. Расстояния до сторон этого четырёхугольника от точки X равны 6, 16, 14 и 2, а от точки Y (в том же порядке) — 8, 13, 12 и 6. Найдите радиус вписанной в $ABCD$ окружности.

9.4. Выясните, можно ли доску 10×10 замостить фигурками вида



9.5. Парабола $y = x^2 - 20x + c$, где коэффициент c отличен от 0, пересекает ось Ox в точках A и B , а ось Oy в точке C . Известно, что точки A и C симметричны относительно прямой $y = -x$. Найдите площадь треугольника ABC .