

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2023-2024 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**9 КЛАСС**

**Задание 9.1.**

Действительные числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют уравнению

$$x^2 y^2 + x^2 - 10xy - 8x + 16 = 0.$$

Какие значения может принимать произведение  $xy$ ?

**Задание 9.2.**

Дан квадрат  $ABCD$ . На его сторонах  $AB$  и  $AD$  и диагонали  $BD$  построены равносторонние треугольники  $ABE$ ,  $ADF$  и  $BDG$ . При этом точка  $E$  лежит вне квадрата, точка  $F$  – внутри квадрата,  $G$  и  $C$  расположены в разных полуплоскостях относительно  $BD$ . Докажите, что отрезки  $FD$  и  $EG$  параллельны и равны.

**Задание 9.3.**

Имеются три картонных клетчатых прямоугольника

$$4 \times 3, 4 \times 7 \text{ и } 4 \times 17.$$

Двое по очереди вырезают из них любой клетчатый прямоугольник (возможно весь) и выбрасывают. Выигрывает тот, кто выбросит последнюю клетку. Кто выиграет при правильной игре?

**Задание 9.4.**

Натуральные числа  $a, b, c, d$  связаны равенством  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ . Найдите все натуральные числа  $p$  такие, что верно равенство

$$(a + b + c + d)p = 2023.$$

**Задание 9.5.**

Два туриста выезжают одновременно навстречу друг другу из двух пунктов  $A$  и  $B$ . При встрече оказалось, что первый проехал на 40 км больше второго и что через четыре дня он будет в пункте  $B$ . Второй попадёт в пункт  $A$  через 9 дней после встречи. Найти расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ .

*На выполнение задания дается 3 часа 55 минут  
Каждая задача оценивается в 7 баллов*

Пользоваться электронными средствами  
(ноутбуками, мобильными телефонами, калькуляторами и т.п.), а также любой литературой,  
получать консультации по выполнению заданий **КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ**