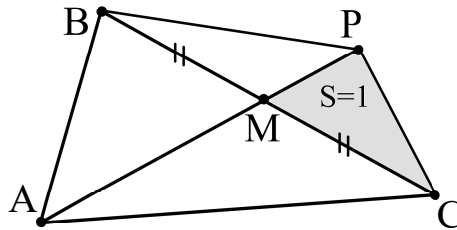
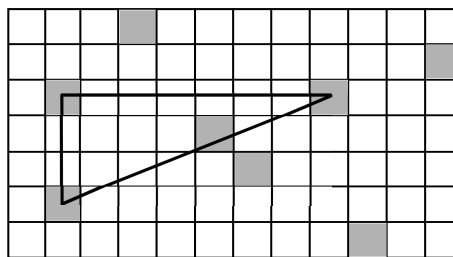


Ленинградская область  
**Всероссийская олимпиада школьников по математике**  
*Муниципальный этап*  
**2023-2024 уч.год**  
 9 класс

1. При каких значениях  $b$  один из корней уравнения  $x^2 + bx + 2023 = 0$  в семь раз больше другого?
2. Точка  $P$  лежит на продолжении медианы  $AM$  треугольника  $ABC$  так, что  $MP = \frac{1}{2}AM$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если площадь треугольника  $СMP$  равна 1.



3. Клетки бесконечной клетчатой плоскости раскрашены в два цвета. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник, вершины которого расположены в центрах клеток, катеты которого параллельны линиям сетки, с длинами катетов не меньше, чем 3 клетки, все три вершины которого раскрашены в один цвет.  
*Пример такого треугольника показан на рисунке.*



4. Существуют ли 9 таких простых чисел  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_9$ , что  $p_1^2 - 1$  делится на  $p_2$ ,  $p_2^2 - 1$  делится на  $p_3$ ,  $p_3^2 - 1$  делится на  $p_4$ , и так далее,  $p_8^2 - 1$  делится на  $p_9$ ,  $p_9^2 - 1$  делится на  $p_1$ ?
5. Докажите, что

$$\frac{x}{x + y^2 + z^2} + \frac{y}{x^2 + y + z^2} + \frac{z}{x^2 + y^2 + z} > \frac{1}{10},$$

если  $x, y, z \geq 1$ ,  $x + y + z = 25$ ,  $xy + yz + xz = 191$ .

*Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.*

*Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.*

*Не забудьте обосновать свои решения задач!*