

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**2023-2024 учебный год**

**9 класс**

*Инструкция по выполнению заданий: Вам предлагается решить математические задачи, указав в каждой из них ответ и развернутое решение, либо обоснование ответа. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Задачи можно решать в любом порядке. Время выполнения заданий - 235 минут.*

**9.1.** В кружке занимаются 19 школьников. На праздник 8 Марта некоторые мальчики послали открытки девочкам из кружка. Оказалось, что каждая девочка получила ровно одну открытку, а любые два мальчика послали разное число открыток. Какое наибольшее число мальчиков могло быть в кружке?

**9.2.** В кошельке лежит 100 рублей монетами по 1 рублю. Каждый из 50 человек подходил к кошельку и либо брал монету достоинством 1 рубль, либо клал в кошелек монету достоинством 2 или 5 рублей. Могло ли в кошельке в итоге оказаться ровно 201 рубль?

**9.3.** Есть набор из 18 чисел:  $1, 2, 3, \dots, 9$  и  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{9}$ . Их разбили на 6 групп по 3 числа, и числа в каждой группе перемножили. Какое наибольшее количество из этих 6 произведений могло оказаться целыми числами?

**9.4.** На столе лежат 90 карточек с числами от 1 до 90. Двое играют в следующую игру. Ходят по очереди. За один ход можно взять со стола любую карточку. Игра заканчивается, когда на столе останется две карточки. Второй выигрывает, если числа на оставшихся карточках отличаются ровно на 10. Иначе выигрывает первый. Кто выигрывает при правильной игре?

**9.5.** Точки  $L$ ,  $M$  и  $N$  – соответственно середины сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  ( $AC = BC$ ), где  $\angle ACB > 60^\circ$ . Точка  $C_1$  симметрична точке  $C$  относительно прямой  $AM$ , а точка  $H$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $BN$ . Докажите, что луч  $ML$  является биссектрисой угла  $HMC_1$ .