

**Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
Новосибирской области по математике 2023-2024 г.г.**

9 класс

9.1. Найти все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 + x + 3y = 1, \\ x^2 - 2y^2 + 3x - 6y = 8. \end{cases}$$

9.2. а) Разбить все натуральные числа от 1 до 12 включительно на 6 пар, суммы чисел в каждой из которых являются шестью различным простыми числами. б) Можно ли разбить все натуральные числа от 1 до 14 включительно на 7 пар, суммы чисел в каждой из которых являются семью различным простыми числами?

9.3. По кругу стоят 50 человек попарно различного роста. Среди них ровно 44 ниже хотя бы одного из своих соседей справа или слева. Сколько из стоящих по кругу выше ровно одного из своих соседей справа или слева?

9.4. В трапеции ABCD основание AD больше, чем основание BC. Точки M и N выбраны на сторонах CD and AD соответственно так, что каждый из отрезков AM и CN делит трапецию на две части равной площади. Докажите, что отрезок MN пересекает диагональ BD в её середине.

9.5. На вечеринку приглашены несколько человек. Каждый приглашённый знаком не более, чем с тремя другими приглашёнными, и если некоторые двое из приглашённых не знакомы, то они обязательно имеют хотя бы одного общего знакомого среди других приглашённых. Каково максимально возможное количество приглашённых на вечеринку?