

Пермский край  
2023-2024 учебный год  
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**  
**ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**  
**9 КЛАСС**

Время выполнения заданий — 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий — 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

- 9.1. В каждую клетку клетчатого квадрата  $3 \times 3$  поставили натуральное число от 1 до 9, при этом каждое число использовано ровно один раз. Затем для каждого клетчатого квадрата  $2 \times 2$ , лежащего внутри исходного квадрата  $3 \times 3$ , нашли произведение всех чисел, записанных в этом квадрате  $2 \times 2$ , и выписали полученное произведение на доску. Может ли оказаться, что по крайней мере три из четырёх выписанных на доску чисел будут одинаковы?
- 9.2. Набор из трёх ненулевых чисел дважды подставили в качестве коэффициентов квадратного уравнения: сначала в одном порядке, потом в другом. Может ли оказаться, что в первом случае полученное квадратное уравнение будет иметь 2 положительных корня, а во втором — будет иметь 2 отрицательных корня?
- 9.3. В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , а каждый из остальных 4 углов равен  $120^\circ$ . Докажите, что  $AB + AE > BC + CD + DE$ .
- 9.4. Каждый из учеников класса занимается ровно в двух кружках, причём для любой пары учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдётся кружок, где занимаются не менее  $\frac{2}{3}$  учеников этого класса.
- 9.5. Натуральное число  $n$  имеет по крайней мере 4 различных натуральных делителя, при этом  $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = n$ , где  $1 = d_1 < d_2 < d_3 < d_4$  — четыре наименьших натуральных делителя числа  $n$ . Найдите все такие числа  $n$ .