

9 класс

1. При каком наибольшем натуральном n число $n^3 + 2024$ делится на $n + 1$?
2. Известно, что числа a, b, c отрицательные и $a < b < c$. Расставьте числа $x = (a+b)(b+c)$, $y = (b+c)(c+a)$, $z = (c+a)(a+b)$ в порядке возрастания. Укажите все возможные случаи.
3. Коэффициенты уравнений $x^2 + p_1x + q_1 = 0$ и $x^2 + p_2x + q_2 = 0$ удовлетворяют условию: $p_1p_2 > 2(q_1 + q_2)$. Докажите, что хотя бы одно из уравнений имеет два различных действительных корня.
4. В некотором государстве было решено построить 20 новых городов на 9 необитаемых островах так, чтобы на каждом острове был хотя бы один город. Между любой парой новых городов, находящихся на *разных* островах, планируется установить прямое паромное сообщение. Определите наименьшее возможное количество таких паромных сообщений.
5. Окружности ω_1 и ω_2 с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Луч O_1A пересекает окружность ω_2 вторично в точке M , а луч O_2A пересекает ω_1 вторично в точке N . Прямая MN вторично пересекает эти окружности в точках E и F соответственно. Найдите отношение $AE : AF$.

Продолжительность олимпиады — **4 часа**.
Максимальное число баллов за задачу — **7 баллов**.
Максимальное число баллов за все задачи — **35 баллов**.