

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2024-2025 ГГ.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП.
7-Й КЛАСС**

№1. Решите уравнение : $(x-1)^2 - |x-1| = 0$

Решение:

Запишем уравнение в виде $|x-1|^2 - |x-1| = 0$

$$|x-1|(|x-1|-1) = 0$$

Тогда
$$\begin{cases} |x-1| = 0 \\ |x-1| = 1 \end{cases}$$

Значит, 0,1 и 2- корни уравнения

Ответ: 0,1,2

Критерии оценивания:

7	Обосновано получен верный ответ.
2	Подбором найдены все корни и не доказано, что других нет.
1	Подбором найден один из корней уравнения.
0	Неверное решение или выписан только ответ.

№2. Дед Мороз записал на доске 2025 целых чисел. Докажите, что он может стереть одно число так, что сумма оставшихся чисел будет чётной.

Решение:

Если сумма всех записанных чисел чётна, то количество нечётных слагаемых чётно. Но тогда есть чётное слагаемое и его нужно стереть.

Если же сумма всех записанных чисел нечётна, то количество нечётных слагаемых нечётно и можно стереть нечётное слагаемое.

Критерии оценивания:

7	Доказательство верное, обоснование полное.
6	Доказательство верное, но есть недочёты в обосновании.
1	Рассмотрен частный случай таких чисел.
0	Решение отсутствует.

№3. На завтрак лиса Алиса съела 40% торта, а Буратино съел 150 г. На обед Мальвина съела 30% остатка и ещё 120 г, а кот Базилио вылизал оставшиеся 90 г крошек от торта. Какой массы был торт изначально?

Решение:

- 1) $90 + 120 = 210$ (г) осталось после того, как Мальвина съела 30% остатка. Т
- 2) $210 : 0,7 = 300$ (г) торта было перед тем, как Мальвина приступила к обеду.
- 3) $300 + 150 = 450$ (г) торта было перед тем, как начал есть Буратино.
- 4) $450 : 0,6 = 750$ (г) изначальная масса торта.

Ответ: 750 г

Критерии оценивания:

7	Получен верный ответ в ходе логических рассуждений или в результате решения уравнения. При этом рассуждения должны быть полными, а составление уравнения обосновано.
5-6	Верный ответ, есть недочёты в обосновании.
3-4	Верный ход логических рассуждений, но допущена вычислительная ошибка и получен другой ответ.
1-2	Подобран верный ответ и не показано, что он единственный.
0	Решение отсутствует, неверное.

№4. Таня записала два числа, в записи которых нет нулей, и заменила цифры буквами (различным цифрам соответствуют различные буквы). Оказалось, что слово КРОКОДИЛЛЛ делится на 312. Докажите, что слово ГОРИЛЛА не делится на 392.

Решение:

Число 312 делится на 8, тогда и КРОКОДИЛЛЛ делится на 8. Но тогда по признаку делимости на 8 трёхзначное число ЛЛЛ=111Л делится на 8. $L \neq 0$, следовательно $L=8$. Значит $A \neq 0$, $A \neq 8$ и трёхзначное число ЛЛА не делится на 8. Но тогда ГОРИЛЛА не делится на 8 (по признаку). $392 = 8 \cdot 49$. Следовательно, ГОРИЛЛА не делится на 392.

Критерии оценивания:

7	Доказательство полное и все логические шаги присутствуют или сделан полный перебор.
5-6	Доказательство верное, но есть некоторые недочёты.
1-2	Приведён один или несколько примеров чисел.
0	Доказательство отсутствует

№5. Дан равносторонний треугольник ABC . На сторонах AB, AC, BC выбраны точки X, Y, Z соответственно так, что $BZ = 2AY, \angle XYZ = 90^\circ$. Докажите, что $AX + CZ = XZ$.

Решение:

Отложим на стороне AC отрезок $CP = CZ$. Тогда $AP = BZ = 2AY, AY = YP$.

Пусть ZY пересекает луч BA в точке K . Треугольники AYK и PYZ равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, $AK = PZ = CZ$. Но

тогда $XK = AX + AK = AX + CZ$. При этом в треугольнике XKZ высота XU совпадает с медианой. Значит, $XK = XZ$. Но тогда $AX + CZ = XZ$.

Критерии оценивания:

7	Доказательство полное и все логические шаги присутствуют.
5-6	Доказательство верное, но есть некоторые недочёты.
3-4	Построена точка K , рассмотрены треугольники AUK и PYZ и доказано их равенство.
1-2	Построена точка P , показано, что $AP = BZ = 2AY, AY = YP$.
0	Решение отсутствует