

Критерии оценивания, задания и ответы МЭ ВСОШ

по математике

2024-2025 учебный год

7 класс

1. В некотором месяце три воскресенья пришлись на четные даты. Какой день недели был 20 числа этого месяца.

Решение

Если одно из воскресений приходится на четную дату, то второе обязательно – на нечетную, поэтому всего воскресений в этом месяце пять. Значит первое должно наступить как можно раньше, т.е. 2 числа этого месяца. Значит 20 число – это четверг.

Критерий оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует объяснение (например, дни месяца и даты) и получен верный ответ – 7 баллов.

2. Он одноцветный: красный, синий или желтый. Если он красный или синий, то он круглый. Если он синий или желтый, то он не круглый. Если они не круглый, то он не желтый. Какой он (по цвету и форме)?

Решение

1 способ

Перечислим все комбинации цвета и формы:

- 1) красный и круглый,
- 2) синий и круглый,
- 3) желтый и круглый,
- 4) красный и не круглый,
- 5) синий и не круглый,
- 6) желтый и не круглый.

По условиям задачи исключаем невозможные комбинации.

Условие «Если он красный или синий, то он круглый» исключает комбинации 4 и 5.

Условие «Если он синий или желтый, то он не круглый» исключает комбинации 2 и 3.

Условие «Если он не круглый, то он не желтый» исключает комбинацию 6.

Таким образом остается только комбинация 1. Значит, он красный и круглый.

2 способ (по правилам логического вывода)

1. Условие "Если он красный или синий, то он круглый" можно переформулировать так: "Если он не желтый, то он круглый".

2. Из условий "Если он не круглый, то он не желтый" и "Если он не желтый, то он круглый" следует, что "Если он не круглый, то он круглый".

3. Из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что не круглым он быть не может, значит, он точно круглый.

4. Условие "Если он синий или желтый, то он не круглый" можно переформулировать так: "Если он не красный, то он не круглый".

5. Условие "Если он не красный, то он не круглый" равносильно условию "Если он круглый, то он красный".

6. Имеем два условия "Он круглый" (пункт 3) и "Если он круглый, то он красный"(пункт 5). Значит, он круглый и красный".

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует правильная трактовка хотя бы одного условия, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

Если *решение задачи выполнено по правилам логического вывода, то критерии следующие:*

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует хотя бы один верный логический вывод, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

Комментарий. Примеры типичного *неверного* логического вывода: 1) из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что он не круглый или следует что условия противоречивы; 2) неверно указано условие, равносильное условию "Если он не красный, то он не круглый".

3. Могут ли при каком-нибудь натуральном значении n значения выражений $n + 4$ и $3n + 11$ одновременно быть простыми числами?

Решение

Разность $3n + 11 - n - 4 = 2n + 7$ при любом натуральном значении n принимает нечетное значение. Разность двух простых чисел нечетна тогда и только тогда, когда одно из них равно двум. Однако, ни при каких натуральных n ни $n + 4$, ни $3n + 11$ двум не равно. Поэтому ответ: не могут.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

Ошибка в том, какие числа называются простыми (например, указали, что 1 – простое число) – 0 баллов.

В решении не рассмотрен случай с простым числом 2, в остальном решение верное и полное – 1 балл.

Верный ответ с полным обоснованием – 7 баллов.

Комментарий

Задача имеет другие решения. Например, можно рассмотреть два случая: 1) n четное, 2) n нечетное. Критерии оценивания остаются при этом прежними.

4. Петя и Вася решают задачи. Сначала Вася решает задачи по алгебре, а Петя – по геометрии, в какой-то момент времени они меняются. Известно, что Вася решает задачи в два раза быстрее, чем Петя. Также известно, что задач по алгебре они решили поровну. Сколько задач по геометрии решил каждый мальчик, если всего по геометрии было решено 20 задач?

Решение

1 способ. Так как по алгебре решено одинаковое количество задач, а скорости решения отличаются в два раза, значит время, которое было потрачено на решение задач отличается в два раза. Поэтому, учитывая, что скорость Васи в два раза больше, чем скорость Пети, получаем, что Вася по геометрии решил в четыре раза больше задач, чем Петя. Таким образом, Петя решил четыре задачи, а Вася -16 задач.

2 способ. Пусть Петя и Вася решили по x задач по алгебре. Тогда Петя по геометрии решил в 2 раза меньше, то есть $x/2$ задач, а Вася по геометрии, наоборот, в 2 раза больше, то есть $2x$ задач. Всего по геометрии мальчики решили 20 задач, то есть $x/2 + 2x = 20$, откуда $x = 8$. Значит, Вася решил 16 задач, а Петя – 4 задачи.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

Решение отличается от авторского, но полностью обосновано – 7 баллов.

Решение в целом верное, но есть неточности в рассуждениях – 5-6 баллов.

5. 10 рыбаков вернулись с рыбалки. Известно, что каждый из них вернулся с уловом, причем никакие два рыбака не поймали одно и то же число рыб. Любые пять из этих рыбаков поймали не меньше 20 рыб. Какое наименьшее число рыб могли поймать все 10 рыбаков?

Решение

Расположим игроков по возрастанию улова, при учете, что общее количество рыб должно получиться наименьшим. Тогда, поскольку первые в данной последовательности пять рыбаков поймали не меньше 20 рыб, то шестой в данной последовательности рыбак поймал не меньше 7 рыб. Иначе первые пять рыбаков поймали $5+4+3+2+1=15$ рыб, что меньше 20. При том, что шестой рыбак поймал 7 рыб, то первые пять могли поймать, например, $6+5+4+3+2=20$ рыб, то есть для первых пяти рыбаков условие «поймать не меньше 20 рыб» выполняется.

Значит, все 10 игроков поймали не меньше $20+7+8+9+10+11=65$ рыб.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении рыбаки выстроены в последовательность по возрастанию улова и приведены примеры: первые пять игроков поймали $1+2+3+4+5=15$ рыб, или $2+3+4+5+6=20$ рыб или другие суммы с возрастанием слагаемых – 2 балла.

Сделан обоснованный вывод о том, что шестой рыбак в последовательности поймал не меньше 7 рыб – 5 баллов.

Приведено верное и полное решение – 7 баллов.