

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе**

Теоретический тур

7 класс

Решения задач, критерии оценивания

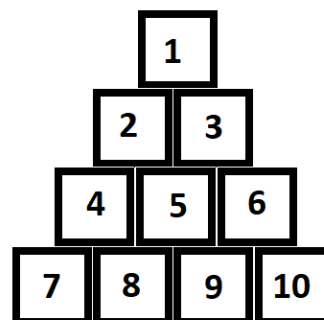
1. Однажды половина всех мальчиков и $\frac{3}{5}$ всех девочек параллели отправились в библиотеку, а остальные пошли в кино. При этом учительница расставила всех ребят, пошедших в библиотеку, по парам мальчик-девочка. В параллели было 55 детей, а сколько из них оказалось в библиотеке?

Решение. Пусть мальчиков в параллели x , тогда девочек $55-x$. Так как детей, идущих в библиотеку удалось разбить на пары мальчик-девочка, то верно, что $\frac{1}{2}x = \frac{3}{5}(55 - x)$. Откуда $x=30$, то есть в библиотеку отправились 15 мальчиков и 15 девочек, всего 30 человек.

Ответ: 30.

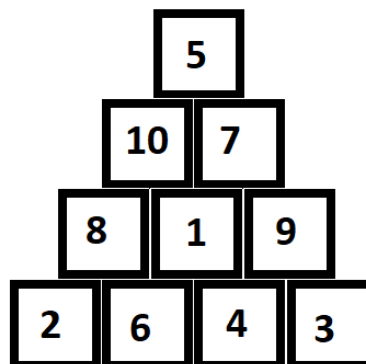
Критерии. Любое верное решение - 7 баллов. Правильный ответ без решения - 0 баллов.

2. Из десяти кубиков сложена фигура как показано на рисунке. Каждый кубик соприкасается со своими соседями. Например, у кубика с цифрой «4» соседями являются кубики с цифрами «2», «5», «7», «8». Необходимо собрать эту же пирамиду заново таким образом, чтобы ни один кубик не соприкасался ни с одним своим старым соседом.



Решение.

Кубик с цифрой 1 имеет меньше всех соседей, а кубик с цифрой 5 больше всех. Если мы их поменяем местами, то на место 2 и 3 можно поставить 7 и 10 (см. Рисунок)



Критерии. Любой правильный вариант 7 баллов.

3. Малыш и Карлсон решили устроить соревнование – кто быстрее доберется от дома Малыша до ближайшего магазина, двигаясь по прямой. Конечно, Карлсон шульничал, и включил пропеллер, то есть он летел вместо того чтобы бежать, а ведь летит он в три раза быстрее, чем бегают. Поэтому, когда Карлсон долетел до магазина, Малыш пробежал только до фонарного столба в 10 метрах от магазина. Но если бы Карлсон бежал честно, не включая пропеллер, то он пробежал бы всего лишь до художественного музея в тот момент, когда Малыш

был у фонарного столба. Во сколько раз Малыш бежит быстрее чем Карлсон без помощи пропеллера, если известно, что художественный музей находится в 30 метрах от фонарного столба?

Решение. Карлсон за одно и то же время пролетает в три раза большее расстояние, чем проходит. Значит, расстояние от художественного музея до магазина в 2 раза больше, чем от дома до художественного музея. Расстояние от музея до магазина составляет $30+10=40$ метров, а, значит, расстояние от дома до музея равно 20 метров. За время пока Карлсон пробегает 20 метров, Малыш пробегает 50.

Ответ: в 2.5 раза.

Критерии. Любое верное решение - 7 баллов. Правильный ответ без решения - 0 баллов.

4. У дракона 2024 головы. У богатыря есть несколько видов оружия разной силы. Если обычным мечом срубить дракону 1 голову, то вырастет 187 новых голов. Если мечем-кладенцом срубить одним ударом 33 головы, то новых голов не появится. Если же копьём срубить одним ударом 29 голов, то у дракона вырастет 26 новых голов. Если все головы срублены, дракон погибает, и новых голов не появляется. Как богатырю победить дракона?

Решение. Будем убирать по 33 головы пока можем. Число 2024 при делении на 33 дает в остатке 11. Но с 11 головами ничего сделать не получится. Остановимся на 44 головах и будем срубить 29 голов – каждое такое действие уменьшает число голов на 3. Прделав эту операцию 5 раз получим 29 голов. Следующее действие не оставит голов, дракон будет побежден.

Критерии. Любое верное решение - 7 баллов.

5. Пусть дано 101 целое число $a_1, a_2, \dots, a_{101}$. Обозначим за $b_1, b_2, \dots, b_{101}$ те же самые числа, но взятые в некотором другом порядке. Верно ли, что произведение $(a_1-b_1) \cdot (a_2-b_2) \cdot \dots \cdot (a_{101}-b_{101})$ будет четным при любом выборе чисел и их порядка?

Решение. Если допустить, что указанное произведение нечетно, то это значит, что каждый отдельный множитель нечетный, то есть все наши числа разбиваются на пары четное-нечетное. Но среди 101 числа – чисел какой-то четности должно быть больше, чем чисел другой четности.

Ответ: да.

Критерии. Любое верное решение - 7 баллов. Правильный ответ без решения - 0 баллов.