

Всероссийская олимпиада школьников по математике

Муниципальный этап

7 класс

2024-2025 учебный год

Максимальное количество баллов: 35

Каждая задача оценивается в целое число баллов от 0 до 7.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрено отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Необходимо учитывать следующее:

- 1) По всем заданиям начисление баллов производится целым, а не дробным числом;
- 2) Любое правильное решение оценивается в 7 баллов;
- 3) Общий результат по итогам муниципального этапа оценивается путем сложения баллов, полученных участником за каждую задачу;
- 4) Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее **правильности и полноты**;
- 5) Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;
- 6) Баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

7.1. Найдите величину угла между часовой и минутной стрелками в 20 часов 24 минут 1 января 2025 года.

Ответ. 108° .

Решение. В 20 часов и 24 минут угол между часовой и минутной будет такой же, как и в 8 часов 24 минуты.

1) $360^\circ:12=30^\circ$ – проходит часовая стрелка за 1 ч;

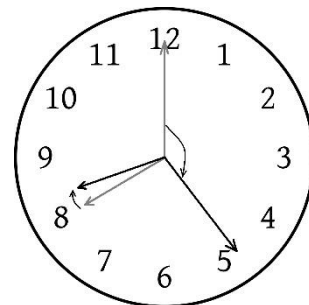
2) $30^\circ \cdot 24/60=12^\circ$ – пройдёт часовая стрелка за 24 минут;

4) $8 \cdot 30^\circ + 12^\circ = 262^\circ$ – пройдёт часовая стрелка за 8 часов 24 минут;

5) $360^\circ / 60 = 6^\circ$ – пройдёт минутная стрелка за 1 минуту;

6) $6^\circ \cdot 24 = 144^\circ$ – пройдет минутная стрелка за 24 минут;

7) $262^\circ - 144^\circ = 108^\circ$ – между часовой и минутной стрелками в 20 часов 14 минут



7.2. В США дату принято записывать так: номер месяца, потом номер дня и год. В Европе же сначала идет число, потом месяц и год. Сколько в году дней, дату которых нельзя прочесть однозначно, не зная, каким способом она написана?

Ответ. 132

Решение. Очевидно, что это те дни, у которых дата может быть номером месяца, т.е. принимает значения от 1 до 12. Таких дней $12 \cdot 12 = 144$. Но те дни, у которых число совпадает с номером месяца, понимаются однозначно. Таких дней 12. Поэтому искомым дней $144 - 12 = 132$.

7.3. Из прямоугольника 8×10 вырезали одну из внутренних клеток, а оставшиеся клетки разрежали на 7 частей по линиям клеток. Докажите, что из этих частей нельзя сложить прямоугольник.

Доказательство. После того, как из прямоугольника вырезали одну клетку, в нем осталось 79 клеток. 79 - простое число, значит единственный вариант прямоугольника площадью 79 клеток - 79×1 . Чтобы получить такой прямоугольник, нужно получить каждым разрезанием полосы шириной в 1 клетку. Длина каждой полосы не более 10 клеток, поэтому обойтись 7 фигурами нельзя.

7.4. Найдите последнюю цифру числа $1^2 + 2^2 + \dots + 99^2$.

Ответ. 0

Решение.

$$1^2 + 2^2 + \dots + 99^2 = (0^2 + 1^2 + \dots + 9^2) + (10^2 + 11^2 + \dots + 19^2) + \dots + (90^2 + 91^2 + \dots + 99^2)$$

Заметим, что у каждой суммы в скобках одна и та же последняя цифра, а поскольку их 10, то у всей суммы последняя цифра 0.

7.5. Найти все целые числа n , для которых выполняется равенство $(n-1)(n-3)(n-5)\dots(n-2023) = (n+2)(n+4)(n+6)\dots(n+2024)$.

Ответ. Таких n не существует.

Решение. Заметим, что множители в правой части равенства одной четности, и множители в левой части равенства одной четности. Но четности множителей в правой и левой частях равенства разные.

Если предположить, что n - четное, то $(n+2)(n+4)(n+6) \cdot \dots \cdot (n+2024)$ - четное число, а $(n-1)(n-3)(n-5) \cdot \dots \cdot (n-2023)$ - нечетное. Если n - нечетное, то $(n+2)(n+4)(n+6) \cdot \dots \cdot (n+2024)$ - нечетное число, а $(n-1)(n-3)(n-5) \cdot \dots \cdot (n-2023)$ - четное.

Так же невозможен случай, когда одна из частей равна нулю.

Значит таких n не существует.