

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
КУРГАНСКАЯ ОБЛАСТЬ
2024–2025 учебный год
7 класс

Каждое задание оценивается в 7 баллов.

Время выполнения – 235 минут.

Максимальный балл – 35.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное (верное) решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

**Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям*

7.1. Чтобы спасти принцессу, рыцарь должен был успеть добраться до замка за 2 часа. Сначала он 20 километров скакал на коне со скоростью 24 км/час, потом плыл 3 километра по озеру со скоростью 4 км/час, потом бежал 6 километров. С какой наименьшей средней скоростью рыцарь должен был бежать, чтобы успеть спасти принцессу?

Ответ. 14,4 км/час.

Решение. На первые 20 километров рыцарь затратил $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$ часа. Следующие 3 километра он проплыл за $\frac{3}{4}$ часа. Осталось $2 - \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$ часа. Скорость на последнем этапе должна быть не меньше $\frac{6 \cdot 12}{5} = 14,4$ км/час.

Комментарий. Верное решение – 7 баллов. Верная идея решения, но ответ получен неверный – 3 балла. Задача решена подбором, но не показано, что других вариантов нет – 2 балла. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 0 баллов.

7.2 Медведь, Лиса, Заяц и Ворона ели кусок сыра. Медведь съел в два раза меньше, чем Ворона, а Лиса съела в два раза меньше, чем та часть сыра, которую не съела Ворона. Какую долю сыра съела Ворона, если Заяц съел лишь десятую часть сыра? (Ответ запишите в виде десятичной дроби).

Ответ: 0,4.

Решение. Пусть x — доля сыра, съеденная Вороной. Тогда Медведь съел $\frac{x}{2}$, а Лиса — $\frac{1-x}{2}$. То есть они вместе съели половину сыра. Получается, Заяц и Ворона вместе съели другую половину сыра. Составим уравнение: x (доля Вороны) + $0,1$ (доля Зайца) = $0,5$; $x = 0,4$.

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания №2
7	Полное верное решение
3	Приведено верное рассуждение с полным обоснованием, но ответ дан не на тот вопрос, который задан
1	Приведен только ответ
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

7.3. Петя говорит, что если, a^5 делится на b^2 , где a и b — натуральные числа, то a^2 делится на b . Докажите, что он неправ, приведя опровергающий пример.

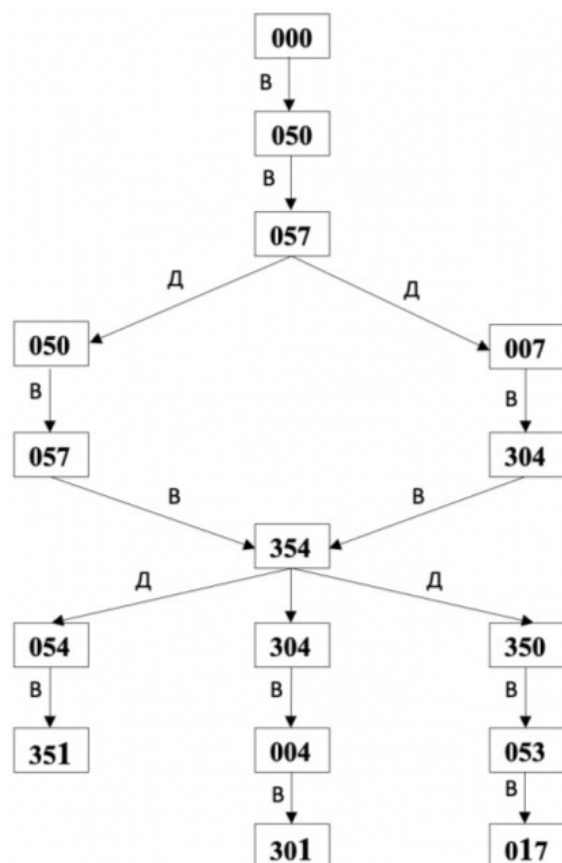
Решение. Простейший контрпример: $a = 4$, $b = 32$.

Комментарий. Приведён верный пример—7 б.

7.4 Дима и Вася играют в следующую игру. У Васи в распоряжении кран с водой и три кастрюли объёмами 3, 5 и 7 литров. Васе требуется с помощью этих кастрюль отмерить 1 литр воды. Но есть небольшая загвоздка — после каждых двух переливаний, которые совершает Вася (наполнение кастрюли считается переливанием, выливание любого количества воды из кастрюли считается переливанием), Дима обязательно выливает воду из одной из кастрюль (из любой непустой кастрюли на свой выбор, если все кастрюли пустые, то ничего не делает). Если при таких условиях Вася сможет отмерить 1 литр воды, то он победил. Сможет ли Вася выиграть в этой игре, несмотря на действия Димы? (Как и во всех задачах играх предполагается, что обе стороны играют верно).

Ответ. Да, сможет.

Решение. Обозначим ходы Васи буквой В, ходы Димы буквой Д. Далее смотри схему.



Критерии. Полное решение – 7 баллов. Рассуждение вида «Вася будет наливать и выливать бесконечно, поэтому они устанут, и он выиграет» – 0 баллов.

7.5. Над каждым столбцом таблицы 5×5 и левее каждой ее строки выписано по натуральному числу, всего 10 чисел. Известно, что каждое из них не больше 12. В каждую клетку A таблицы записана сумма двух чисел: числа, соответствующего столбцу, содержащему клетку A , и числа, соответствующего строке, содержащей A . Докажите, что среди этих сумм найдутся одинаковые.

Решение. Мы не можем получить суммы меньше 2, и больше 24. Если предположить, что никакая сумма дважды не получается, то всего различных сумм не более 23, значит и клеток не более 23. Так как клеток 25, мы получаем противоречие с нашим предположением.

Критерии оценки: приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов, приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности -5 баллов, приведен верный ответ без обоснований или приведен неверный ответ - 0 баллов.