

7 класс

7.1 На уроке труда девочки испекли одинаковое количество печенья. Затем каждая из учениц съела по одному печенью у всех остальных девочек. В результате всего осталось 39 штук печенья. Сколько штук печенья испекла каждая девочка, если всего на уроке было не более 30 учениц?

Решение:

Из условия задачи следует, что у каждой девочки осталось одно и то же количество печенья. Разложить число 39 на множители можно двумя способами так: $39 = 1 \cdot 39 = 3 \cdot 13$.

В первом случае получается, что, либо была 1 девочка и у нее осталось 39 штук печенья, либо девочек было 39 и у каждой осталось по 1 печенью. Это противоречит условию задачи.

Следовательно, имеет место второй случай. Либо девочек 3 и у каждой осталось по 13 штук печенья, либо девочек 13 и у каждой осталось по 3 печенья.

Если было 3 девочки, то каждая съела по два печенья, значит, каждая испекла по $13+2=15$ штук печенья.

Если было 13 девочек, то каждая съела по 12 штук печенья, значит, каждая испекла по $3+12=15$ штук печенья.

Ответ: 15

7.2 Света записала некоторое число A . Затем она проделала два действия: 1) нашла сумму цифр числа A , 2) еще раз просуммировала цифры уже в полученном числе. В итоге, получила 2.

Найдите наибольшее число, которое могла изначально написать Света, если известно, что все цифры в числе A различные.

Решение:

Так как в конце концов Света получила 2, то до этого она могла получить либо число 20, либо число 11. Итак, сумма цифр числа A равна 20 или 11.

Оценка:

Заметим, что наименьшая сумма цифр семизначного числа, цифры которого не повторяются, не менее 21, так как $6+5+4+3+2+1+0 = 21$.

Следовательно, число A содержит в записи не более 6 цифр.

Заметим также, что наименьшая сумма цифр шестизначного числа, цифры которого не повторяются, не менее 15, так как $5+4+3+2+1+0 = 15$. То есть удовлетворяющее условию задачи шестизначное число с суммой цифр, равной 11, не удастся составить. Выберем число с суммой цифр 20.

Пример:

Примером наибольшего шестизначного числа, сумма цифр которого равна 20, служит число $A=953210$.

Ответ: 953210.

7.3 В коробке лежали ручки и блокноты. Всего в коробке 30 предметов.

Каждому из 15 детей подарили набор из двух каких-то предметов, то есть ребенок мог получить в наборе 2 ручки, или 2 блокнота, или 1 ручку и 1 блокнот. Оказалось, что ровно половина ручек, которые были в коробке, была роздана вместе с блокнотами. Можно ли так раздать наборы, чтобы ровно половина блокнотов была в наборе с ручками?

Решение:

Пусть наборов вида “ручка-ручка” было подарено x , тогда всего ручек в этих наборах – $2x$. Поскольку это только половина ручек, то всего ручек – $4x$.

Предположим, что можно составить наборы так, чтобы ровно половина всех имеющихся в коробке блокнотов была подарена в наборе вместе с ручками. Тогда если наборов “блокнот-блокнот” будет подарено y , то всего блокнотов будет $4y$.

Таким образом, число ручек и число блокнотов делится на 4, значит, общее число предметов должно делиться на 4, но 30 на 4 не делится.

Ответ: нет.

7.4 Волк погнался за зайцем, который был от него в 60 м. Скачок волка равен 3 м, а зайца – 1,5 м, но в то время, за которое заяц делает три скачка, волк делает только два скачка. Через сколько метров волк догонит зайца?

Решение:

Пусть через x м волк догонит зайца. Расстояние, пройденное зайцем, будет $(x - 60)$ м. Примем время трех скачков зайца и двух скачков волка за единицу. Тогда за единицу времени заяц пробежит 4,5 м, а волк – 6 м. Время погони волка $\frac{x}{6}$, а время бега зайца $\frac{x-60}{4,5}$.

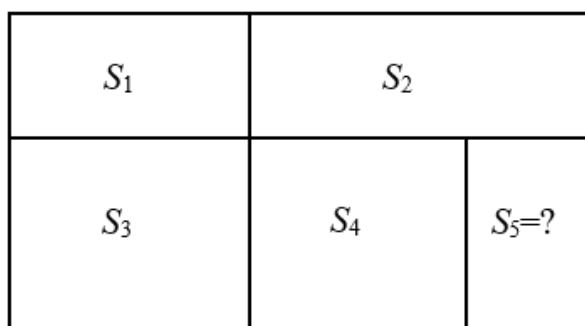
Составим уравнение: $\frac{x}{6} = \frac{x-60}{4,5}$.

Откуда $x = 240$.

Ответ: 240.

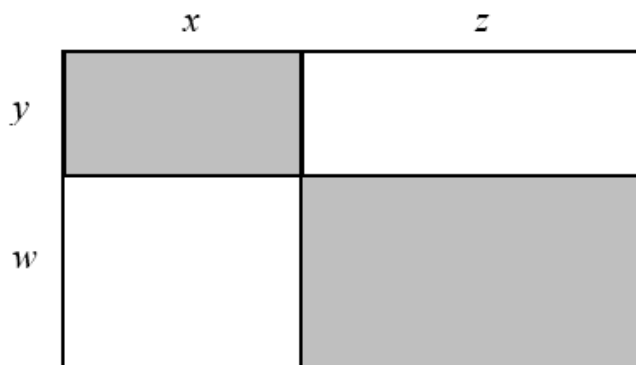
7.5 Большой прямоугольник разбит на пять малых прямоугольников, как показано на рисунке. Площади четырех малых прямоугольников известны: $S_1=12$, $S_2=18$, $S_3=20$, $S_4=17$.

Найдите S_5 – площадь пятого прямоугольника.



Решение:

Обозначим стороны четырех прямоугольников так, как показано на рисунке.



Заметим, что произведение площадей закрашенных прямоугольников равна произведению площадей не закрашенных прямоугольников

Действительно, $(x \cdot y) \cdot (z \cdot w) = (z \cdot y) \cdot (x \cdot w)$,

то есть $S_1 \cdot (S_4 + S_5) = S_2 \cdot S_3$.

Откуда имеем:

$$12 \cdot (17 + S_5) = 18 \cdot 20,$$

$$17 + S_5 = 30,$$

$$S_5 = 13.$$

Ответ: 13.

Дополнительные критерии

7 класс

7.1 Верно разобран случай с 3 девочками, ставить 3 балла.

Верно разобран случай с 13 девочками, ставить 3 балла.

Если отсутствует обоснование, что случай $39 = 1 \cdot 39$ не приводит к ответу, снять 1 балл.

Только записан верный ответ, ставить 1 балл.

7.2 Оценка количества знаков в записи числа A – 4 балла.

Пример числа A – 3 балла

7.3 Записан только верный ответ, ставить 0 баллов.

Разобран частный случай, который демонстрирует, что описываемая ситуация невозможна, ставить 0 баллов.

Иные способы рассуждений, не затрагивающие делимость на 4, оценивать в соответствии с общими критериями оценивания.

7.4 Записан только верный ответ, ставить 0 баллов.

Показано, что время погони волка равно времени бега зайца – 4б.

7.5 Разобран частный случай значений длин прямоугольников, при которых выполняется условие задачи, ставить 1 балл.

Вычислительная ошибка при верной последовательности остальных шагов решения, снять 1 балл.