Пермский край
2024-2025 учебный год

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП 7 КЛАСС

Время выполнения заданий – 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

7.1. На подносе лежали пирожные: бисквитные и слоеные, причем число слоеных составляло 1/4 часть от числа бисквитных. После того как Петя съел одно слоеное пирожное, число слоеных стало равно 1/5 от числа бисквитных. Сколько всего пирожных лежало на подносе?
Ответ:25.

Решение. Если на подносе лежало x пирожных, одна часть слоеных и 4 части бисквитных, то слоеных было $\frac{1}{5}x$. После того, как Петя съел одно слоеное пирожное, их стало $\frac{1}{6}(x-1)$.

Получаем уравнение $\frac{1}{5}\mathrm{x}-\frac{1}{6}(x-1)=1$, откуда x=25.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

получен неверный ответ из-за арифметической ошибки при верном ходе решения- 4 балла,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.2. Семиклассники Андрей, Боря, Вася, Гриша, Даша и Ева решали трудную задачу.
Каждый из них знает, кто ее решил, а кто --- нет. Было сделано пять высказываний.
"Андрей и Даша решили задачу".
"Гриша и Ева решили задачу".
"Боря и Вася решили задачу".

"Даша и Гриша решили задачу".
"Боря и Ева решили задачу".
Известно, что в каждом из высказываний один из названных решил задачу, а другой --- нет. Сколько школьников решили задачу?

Ответ:3.

Решение. Если А решил задачу, то Д --- нет, значит Г решил, Е не решил, Б --- решил, В --- не решил. В этом случае задачу решили 3 семиклассника.
Если А не решил задачу, то Д ---решила, тогда Г не решил, Е решила, Б --- не решил, В --- решил. И в этом случае задачу решили 3 семиклассника.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ с проверкой условия задачи, но не проверены другие случаи - 3 балла,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.3. Семиклассники Андрей, Боря, Вася и Гриша решали задачи. Оказалось, что Андрей и Боря вместе решили на 11 задач больше, чем Вася и Гриша. Может ли быть так, что Андрей и Вася вместе решили на 6 задач меньше, чем Боря и Гриша?

Решение. Так как 11 – число нечетное, число задач, решенных Андреем и Борей, и число задач, решенных Васей и Гришей, имеют разную четность. То есть количество задач, решенных всеми четырьмя мальчиками, нечетно. Во втором разбиении, при четной разности, число задач, решенных Андреем и Васей, и число задач, решенных Борей и Гришей, имеют одинаковую четность. Значит, в этом случае количество задач, решенных всеми четырьмя мальчиками, четно. Получили противоречие.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ без обоснований или приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.4**.** На новогоднем столе было 36 квадратных пирожных, выложенных в форме квадрата 6х6. Аня решила украсить их вишенками. Известно, что во всех квадратах 2х2 она украсила одинаковое количество пирожных и во всех квадратах 3х3 – также одинаковое (возможно другое) количество. Какое количество пирожных могло остаться не украшенными, если известно, что хотя бы одно пирожное Аня украсила?

Ответ: 0.
Решение. Квадрат 6х6 можно разбить на 9 квадратов 2х2 или на 4 квадрата 3х3. В каждом квадрате 2х2 одинаковое количество вишенок, значит, количество вишенок кратно 9. В В каждом квадрате 3х3 одинаковое количество вишенок, значит, количество вишенок кратно 4. Числа 4 и 9 взаимно простые, значит, количество вишенок кратно 36. Но пирожных всего 36, значит неукрашенных пирожных 0.

Критерии оценки:

приведен верный ответ с полным обоснованием - 7 баллов,

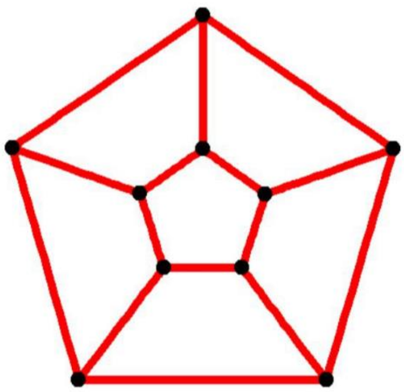
приведен верный ответ и верное, в целом, обоснование, в котором есть пробелы или неточности - 5 баллов,

приведен верный ответ без обоснований - 1 балл,

приведен неверный ответ - 0 баллов.

7.5. Какое наименьшее число дорог надо проложить для обеспечения сообщения между десятью городами, чтобы при закрытии на ремонт любых двух дорог сохранялась возможность проехать из любого города в любой другой. Все дороги двусторонние, если какая-то дорога закрывается на ремонт, то проехать по ней нельзя в любом направлении. Дороги не пересекаются.

Ответ: 15.



Решение. Для выполнения условия задачи необходимо, чтобы в каждый город вело не менее трех дорог, т.е. всего дорог не менее 10·3/2=15 дорог. Пример на 15 дорог приведен на рисунке.

Если закрыть на ремонт две дороги по внешнему или внутреннему пятиугольнику, то, двигаясь по целому пятиугольнику, можно добраться до любого города.

Если закрыть две радиальные дороги, то останется возможность переехать с одного пятиугольника на другой и, значит, можно добраться до любого города.

Если закрыть одну радиальную дорогу и одну дорогу в каком-то пятиугольнике, то один пятиугольник останется целым, а четырех радиальных дорог хватит, чтобы добраться до городов в другом пятиугольнике.

Критерии оценки:

доказано, что дорог должно быть не менее 15 и приведен верный пример с проверкой условий задачи - 7 баллов,

выполнена оценка и есть пример, но допущены неточности - 5 баллов,

доказано, что дорог должно быть не менее 15, но не приведен верный пример - 3 балла,

приведен верный пример расположения дорог, но не доказано, что меньшим количеством обойтись нельзя - 3 балла,

приведен неверный ответ - 0 баллов.