

**Ключи к заданиям муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников
2024/2025 учебного года
по математике
7 класс**

**Методические рекомендации
для жюри муниципального этапа олимпиады
по оцениванию работ участников**

Общие критерии оценок приводятся в следующей достаточно условной таблице. К некоторым задачам имеются дополнительные комментарии к оцениванию.

Оценка	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка + пример» верно построен пример.
1 – 2	Решения нет, но есть некоторые продвижения, которые являются частью решения.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). Дан ответ к задаче без обоснования, если этот ответ не подсказан условием, не является очевидным и может задать направление поиска решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют
0	Решение отсутствует.

1. Любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты.
2. Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.
3. Баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, но не содержащего продвижений в решении задачи.
4. Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

Условия и решения задач

7.1 У некоторой дроби с натуральными числителем и знаменателем знаменатель увеличили на 1000, а числитель увеличили на 1. Могло ли значение дроби увеличиться?

Ответ: да.

Решение. Например изначально была дробь $\frac{1}{1001}$, тогда после увеличения числителя и знаменателя получится дробь $\frac{2}{2001}$, которая больше исходной. $\square$

7.2 Найдите наименьшее четырёхзначное число, такое, что произведение цифр, увеличенных на 1, равно 45.

Ответ: 2024.

Решение. $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$ или $45 = 5 \cdot 9$. Значит, в произведении могут встречаться только цифры 1, 5 и два раза 3, или 5, 9 и два раза 1. Поэтому в исходном числе были цифры 0, 4 и два раза 2, или 4, 8 и два раза 0. Так как число не может начинаться с нуля, то, чтобы быть минимальным, оно должно начинаться с 2. Следовательно, из чисел 2204, 2240, 2402, 2420, 2024, 2042 наименьшим является 2024. $\square$

7.3 Несколько мальчиков пошли в лес за грибами. Один из них нашел 6 грибов, а остальные по 13. В другой раз за грибами отправилось другое число мальчиков. Один из них нашел 5 грибов, а все остальные по 10. Сколько мальчиков собирали грибы в первый и во второй раз, если известно, что в обоих случаях было собрано одинаковое число грибов, причем это число больше 100, но не превышает 200?

Ответ: в первый раз мальчиков было 14, а во второй — 19.

Решение. Пусть в первый раз было $n + 1$ мальчиков, во второй — $m + 1$. Они собрали соответственно $6 + 13n$ и $5 + 10m$ штук грибов. При этом, согласно условию задачи:

$$100 < 6 + 13n = 5 + 10m < 200.$$

Отсюда имеем уравнение:

$$13n + 1 = 10m,$$

с ограничениями:

$$7 < n < 15, \quad 9 < m < 20.$$

В интервале $7 < n < 15$ имеется единственное значение n , при котором $13n + 1$ делится на 10. Это значение $n = 13$. Таким образом, $m = 18$.

Следовательно, в первый раз мальчиков было 14, а во второй — 19. $\square$

7.4 По кругу стоят рыцари и лжецы, всего 100 человек. В первый раз каждого спросили «Верно ли, что твой сосед справа — лжец?» Двое ответили «да», остальные — «нет». Во второй раз каждого спросили «Верно ли, что твой сосед слева через одного — лжец?» И снова двое ответили «да», остальные — «нет». В третий раз каждого спросили «Верно ли, что стоящий напротив тебя — лжец?» Сколько человек на этот раз ответят «да»?

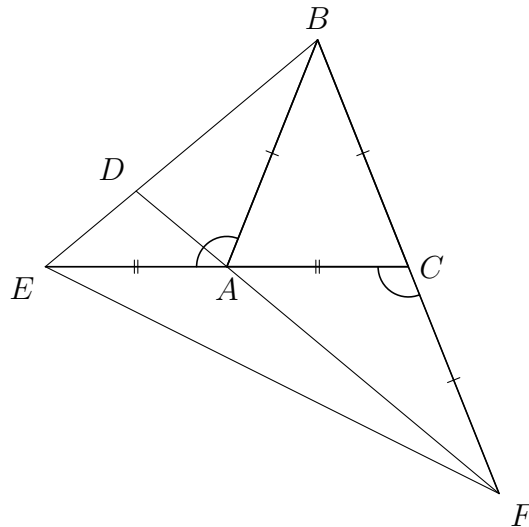
Ответ: 1.

Решение. В круге присутствуют как рыцари, так и лжецы, иначе все ответы были бы одинаковы. Если подряд стоят несколько рыцарей (в частности, один), то на первый вопрос крайний справа ответит «да», остальные — «нет». Аналогично с группой стоящих подряд лжецов. Значит, так как было всего два ответа «да», было всего две таких группы, и, все рыцари стояли подряд и все лжецы подряд. Если как рыцарей, так и лжецов было не

меньше двух, то два крайних слева рыцаря и два крайних слева лжеца на второй вопрос ответят «да», что противоречит условию. Следовательно, либо рыцарь, либо лжец был единственным. Этот единственный человек и стоящий напротив него на третий вопрос ответят «да», остальные — «нет». $\square$

7.5 В треугольнике ABC $AB = BC$. Точка E лежит на продолжении стороны AC за точку A , причём $EA = AC$. Точка F лежит на продолжении стороны BC за точку C , причём $FC = CB$. Прямые FA и BE пересекаются в точке D . Докажите, что $AD = ED$.

Решение. Углы BAC и BCA равны, а значит смежные с ними углы BAE и ACF тоже



равны. Тогда треугольники EAB и ACF равны по двум сторонам и углу между ними. Тогда $\angle AEB = \angle CAF$. Но, так как углы CAF и DAE вертикальные, то они равны, а значит $\angle AED = \angle DAE$, откуда треугольник ADE — равнобедренный, и $ED = AD$. $\square$