ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

возрастная группа (7 класс)

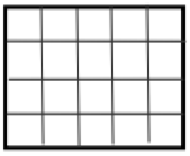
Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальная оценка – 35 баллов.

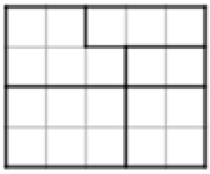
ЗАДАНИЯ

Задание 1.

Прямоугольный участок размером 4м на 5м разделили перегородками на пять меньших участков, площади которых – пять последовательных натуральных чисел. При этом использовали перегородки общей длиной не более 12м. Как это сделали?



Решение может быть таким:



Площади участков: 2, 3, 4, 5 и 6м2.

Оценка задания.

Любое верное решение – 7 баллов. В остальных случаях – 0 баллов.

Задание 2.

Расшифруйте ребус. Учтите, что разные буквы соответствуют разным цифрам.

```
     ДВА
  ×
     ДВА
   ----
    ****
+  ***В
 Е***
 ------
 ЧЕТЫРЕ
```

А=9, В=5, Д=4, Е=1, Р=8, Т=0, Ч=2, Ы=6.

Решение.

1.Произведение А×А заканчивается буквой Е. Значит, А≠0, А≠1, А≠5 и А≠6.

*2.Произведение ДВА×В=***В. Следовательно, В≠0 и А×В=10×k + В, где k – целое неотрицательное число.*

Таким образом, А×В – В=В×(А-1)=10×k, т.е. делится на 10.

Один из множителей, В или (А-1), должен быть кратен 5. Так как А≠1 и А≠6, то В=5.

Число (А-1) должно быть чётным. Поэтому, А=3 или А=7 или А=9.

3.Если А=3 или А=7, то Е=9. Приходим к противоречию с тем, что Ч=Е+1. Значит, А=9, Е=1, Ч=2.

Заменим в ребусе расшифрованные буквы цифрами. Получим:

4.Так как 3592<200000, 5592>300000, то единственный возможный случай Д=4. Осталось проверить, что при Д=4 мы не придём к противоречию. Имеем:

Таким образом, А=9, В=5, Д=4, Е=1, Р=8, Т=0, Ч=2, Ы=6.
Оценка задания.
Полное решение – 7 баллов. Приведён верный ответ без обоснования – 5 баллов. Получение вывода о том, что А=3 или А=7 или А=9 – до 3 баллов. В остальных случаях – 0 баллов.

Задание 3.
Девочка Маша решила сшить 8 платьев для своих кукол. Для этого она взяла кусок ткани длиной 140 см и шириной 75 см. Хватит ли этой ткани на всё, если на одно платье требуется цельная заготовка длиной не менее 45 см и шириной не менее 26 см?

Правильный ответ.
Да, хватит.
Решение.
Если ткань разрезать на два куска размерами 140×30 и 140×45, то из первого куска можно вырезать 3 заготовки размером 45×26, а из второго – 5 заготовок размером 45×26.
Оценка задания.
Приведён верный пример расположения 8 заготовок (словесное описание или рисунок с указанием размеров) – 7 баллов.
Только правильный рисунок без указания размеров – 5 баллов.
Неверное решение задачи или ответ без обоснования – 0 баллов.

Задание 4.
Биолог последовательно рассаживал 150 жуков в десять банок. Причем в каждую следующую банку он сажал жуков больше, чем в предыдущую. Количество жуков в первой банке составляет не менее половины от количества жуков в десятой банке. Сколько жуков в шестой банке?

Правильный ответ.
16 жуков.
Решение.
Пусть в первой банке x жуков, тогда во второй банке – не меньше, чем $x+1$ жуков, в третьей – не меньше, чем $x+2$ жука, и так далее. Таким образом, в десятой банке не меньше, чем $x+9$ жуков. Следовательно, общее количество жуков не меньше, чем $10x+45$. Учитывая, что всего рассаживали 150 жуков, получим: $x \le 10$.
С другой стороны, в десятой банке должно быть не больше, чем $2x$ жуков, в девятой – не больше, чем $2x-1$ жуков, и так далее. Это означает, что в первой банке – не больше, чем $2x-9$ жуков, а всего жуков – не больше, чем $20x-45$. Так как всего рассаживали 150 жуков, то $x>10$.
Таким образом, в первой банке ровно 10 жуков, а в последней банке – 19 или 20.
Найдем сумму одиннадцати последовательных чисел, начиная с десяти:
$10+11+...+19+20=165$.
Так как всего должно быть 150 жуков, то отсутствует банка, в которой 15 жуков. Следовательно, рассадка определяется однозначно: 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19 и 20 жуков с первой по десятую банку соответственно. Значит, в шестой банке – 16 жуков. Доказав, что $x \le 10$, можно продолжить рассуждения иначе. Так как в десятой банке не меньше, чем $x+9$ жуков, причем $x+9 \le 2x$, то $x \ge 9$. Затем рассмотреть два случая: $x = 9$ и $x = 10$, оценивая количество жуков в десятой банке.
Оценка задания.

Приведены верный ответ и полное обоснованное решение – 7 баллов.
Приведены верный ответ и верные, в целом, оценки количества жуков как «сверху», так и «снизу», которые содержат некоторые пробелы или приведены верные обоснованные оценки количества жуков как «сверху», так и «снизу», верно найдена рассадка жуков по банкам, но ответ на вопрос задачи неверен или отсутствует – 5 баллов.
Верно проведена только одна из двух требуемых оценок или верно указана рассадка жуков по банкам, но она не обоснована – 3 балла.
Приведён только ответ или задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

Задание 5.
Двое учащихся – низкий и высокий – вышли одновременно из одного и того же дома в одну школу. У одного из них шаг был на 20% короче, чем у другого, но зато он успевал за то же время делать на 20% больше шагов, чем другой. Кто из них раньше пришёл в школу?

Правильный ответ.
Раньше в школу придёт высокий ученик.
Решение.
Примем шаг высокого за 1 часть, тогда шаг низкого составит 4/5 части; на каждые 100 шагов высокого приходится 120 шагов низкого, поэтому за то время, когда высокий пройдёт путь в $100\times1=100$ частей, низкий пройдёт путь в $120\times4/5=96$ частей. Т.е. низкий идёт медленнее, значит, придёт в школу позднее.
Оценка задания.
Приведены верный ответ и полное обоснованное решение – 7 баллов. Приведён верный ответ и есть попытки обоснования – 5 баллов. В остальных случаях – 0 баллов.