

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8-й класс

Решения задач

8.1. Наибольшее число понедельников в одном месяце – 5. Если понедельники пришлись на 1, 8, 15, 22, 29-е число, то здесь только 2 чётных числа (что не удовлетворяет условию задачи).

Рассмотрим числа 2, 9, 16, 23, 30. Здесь три чётных числа, что удовлетворяет условию задачи.

Рассмотрим числа 3, 10, 17, 24, 31. Здесь два чётных числа, что не удовлетворяет условию задачи.

Рассмотрим 4, 11, 18, 25 – не подходит. Все последующие множества будут содержать по 2 чётных и 2 нечётных числа.

Следовательно, условию задачи удовлетворяет только одна ситуация, когда понедельники приходятся на 2, 9, 16, 23 и 30-е числа. Значит, 19-е число – четверг.

Ответ: четверг.

$$8.2. \quad 82^{27} > 81^{27} = (3^4)^{27} = 3^{108}.$$

$$242^{21} < 243^{21} = (3^5)^{21} = 3^{105}.$$

Таким образом, $82^{27} > 3^{108} > 3^{105} > 242^{21}$.

Ответ: $82^{27} > 242^{21}$.

8.3. Пусть точка E – точка пересечения высоты CD и прямой BK. Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный и CD – высота, проведённая к основанию AB, то $AE = BE$ и $\angle EAK = \angle EAB - \angle KAB = 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ$,

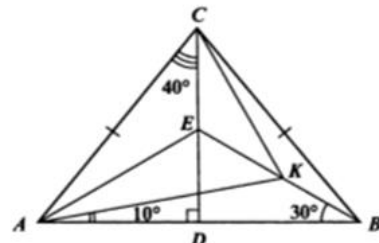
$$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 40^\circ,$$

$$\angle EAC = \angle CAD - \angle EAB = (90^\circ - 40^\circ) - 30^\circ = 20^\circ,$$

$$\angle AKE = \angle KAB + \angle KBA = 10^\circ + 30^\circ = 40^\circ.$$

$$\angle AEC = \angle AEK = 120^\circ.$$

Следовательно, $\triangle AEK = \triangle ACE$ (по стороне и двум прилежащим к ней углам). Значит, $AK = AC$, $\angle AKC = \angle ACK = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAK) = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$.



Ответ: 70° .

8.4. Пусть сначала Антон сыграл с компьютером n партий, из которых выиграл $0,6n$. По условию $\frac{0,6n+10}{n+10} = 0,7$. Решением этого уравнения является $n = 30$, значит, на данный момент Антон сыграл 40 партий, из которых выиграл 28. Пусть он должен сыграть ещё x партий, из которых выиграть y . Тогда по условию $\frac{28+y}{40+x} = 0,6$. Получаем $\frac{3}{5}x - 4 = y$. Так как x и y – натуральные числа, то значение x должно быть кратно 5.

При $x = 5$ $y < 0$, при $x = 10$ $y = 2$.

Ответ: 10 партий, из них две – выиграть.

8.5. $1 + 2^3 = 3^2$.

$$1 \cdot 3^{2022} + 2^3 \cdot 3^{2022} = 3^2 \cdot 3^{2022}.$$

$$(3^{674})^3 + 2^3 \cdot (3^{674})^3 = 3^2 \cdot (3^{674})^3.$$

$$(3^{674})^3 + (2 \cdot 3^{674})^3 = 3^{2024}.$$

То есть $x = 3^{674}$, $y = 2 \cdot 3^{674}$, $z = 3$.

Ответ: да, существуют.