

Решения

1). Пусть $3^n + 1 = m^2$, где m – натуральное число. Тогда

$3^n = (m + 1)(m - 1)$. Множители правой части отличаются на 2 и являются степенями тройки. Это возможно только в одном случае: если они равны 1 и 3 соответственно, то есть при $m=2$. Следовательно $n=1$.

2). Минимальная цена набора 2080 копеек, максимальная цена набора 2280 копеек, т.е. 201 различных по стоимости наборов. Разных наборов $14 \cdot 15 = 210$. Так как $210 > 201$, то найдутся два набора по одинаковой стоимости. Верно.

3). Так как $\angle BCD = \angle AED$ и $\angle CBD = \angle BDA = \beta$, то $\angle BDC = \angle EAD = \gamma = \angle BCE$. $\angle CFD = \angle CAF + \angle ACF = \beta + \gamma$, значит $CF = CD$, следовательно BC – касательная. $\triangle ACF \sim \triangle DBC$, $\frac{AF}{FC} = \frac{CD}{BC}$, $AF \cdot BC = FC \cdot CD = FC^2$. $\triangle BCF \sim \triangle CDF$, $\frac{FD}{FC} = \frac{FC}{BC}$, $FD \cdot BC = FC^2$, следовательно $AF \cdot BC = FD \cdot BC$, $AF = FD$, что и т.д.

4). Будем считать, что пешеход неподвижен. Мотоциклист отставал от пешехода на 8 км, а потом обогнал его на 2 км, а велосипедист за это время проехал 2 км. Следовательно, скорость мотоциклиста относительно пешехода в 5 раз больше скорости велосипедиста относительно пешехода. Так как мотоциклист, догнав пешехода, проехал относительно пешехода 8 км, велосипедист проехал относительно пешехода в 5 раз меньше, то есть 1 км 600 метров.

$$5). a^8 + b^8 + c^8 - 2a^4b^4 - 2b^4c^4 + 2c^4a^4 - 4a^4c^4 = 0,$$

$$(a^4 - b^4 + c^4)^2 - 4a^4c^4 = 0,$$

$$(a^4 - b^4 + c^4 - 2a^2c^2)(a^4 - b^4 + c^4 + 2a^2c^2) = 0,$$

$$((a^2 - c^2)^2 - b^4)((a^2 + c^2)^2 - b^4) = 0,$$

$$(a^2 - c^2 - b^2)(a^2 - c^2 + b^2)(a^2 + c^2 + b^2)(a^2 + c^2 - b^2) = 0.$$

Так как $a^2 + b^2 + c^2 > 0$, то треугольник прямоугольный.

Критерии:1

7	решение полностью аргументировано.
6 -5	Решение правильное, но недостаточно обоснованно
2	Используется метод перебора, но не завершен
1	Дан правильный ответ без решения
0	решение отсутствует или полностью неверно .

Критерии:2

7	решение полностью верно и аргументировано.
5- 6	Решение правильное, но допущена арифметическая ошибка
4-3	Дана правильная трактовка принципа, но не доведено до конца
1	Дан правильный ответ без решения
0	решение отсутствует или полностью неверно .

Критерии:3

7	решение полностью верно и аргументировано.
5- 6	задача решена полностью, но есть небольшие недочёты в обосновании
3-4	Доказано, что ВС касательная
1-2	Доказано $CF=CD$
0	решение отсутствует или полностью неверно .

Критерии:4

7	решение полностью верно и аргументировано.
5-6	задача решена полностью, но есть небольшие недочёты в обосновании
1-2	имеется ряд верных рассуждений, но ответ задачи не получен.
0	решение отсутствует или полностью неверно .

Критерии:5

7	решение полностью верно и аргументировано.
5-6	решение верно, но нет необходимых геометрических рассуждений
4-3	имеются полные верные преобразования, но вывода нет
2-1	Имеется неполный ряд верных рассуждений и вывода нет
0	решение отсутствует или полностью неверно .