

8класс

1. Он одноцветный: красный, синий или желтый. Если он красный или синий, то он круглый. Если он синий или желтый, то он не круглый. Если он не круглый, то он не желтый. Какой он (по цвету и форме)?

Решение

1 способ

Перечислим все комбинации цвета и формы:

- 1) красный и круглый,
- 2) синий и круглый,
- 3) желтый и круглый,
- 4) красный и не круглый,
- 5) синий и не круглый,
- 6) желтый и не круглый.

По условиям задачи исключаем невозможные комбинации.

Условие «Если он красный или синий, то он круглый» исключает комбинации 4 и 5.

Условие «Если он синий или желтый, то он не круглый» исключает комбинации 2 и 3.

Условие «Если он не круглый, то он не желтый» исключает комбинацию 6.

Таким образом остается только комбинация 1. Значит, он красный и круглый.

2 способ (по правилам логического вывода)

1. Условие "Если он красный или синий, то он круглый" можно переформулировать так: "Если он не желтый, то он круглый".
2. Из условий "Если он не круглый, то он не желтый" и "Если он не желтый, то он круглый" следует, что "Если он не круглый, то он круглый".
3. Из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что не круглым он быть не может, значит, он точно круглый.
4. Условие "Если он синий или желтый, то он не круглый" можно переформулировать так: "Если он не красный, то он не круглый".
5. Условие "Если он не красный, то он не круглый" равносильно условию "Если он круглый, то он красный".
6. Имеем два условия "Он круглый" (пункт 3) и "Если он круглый, то он красный"(пункт 5). Значит, он круглый и красный".

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует правильная трактовка хотя бы одного условия, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

Если **решение задачи выполнено по правилам логического вывода, то критерии следующие:**

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении присутствует хотя бы один верный логический вывод, но до ответа решение не доведено – 1 балл.

Обоснованно получен частично верный ответ (только о цвете или только о форме) – 4 балла.

Верный обоснованный ответ – 7 баллов.

Комментарий. Примеры типичного *неверного* логического вывода: 1) из условия "Если он не круглый, то он круглый" следует, что он не круглый или следует что условия противоречивы; 2) неверно указано условие, равносильное условию "Если он не красный, то он не круглый".

2. Могут ли при каком-нибудь натуральном значении n значения выражений $n + 4$ и $3n +$

11 одновременно быть простыми числами?

Решение

Разность $3n + 11 - n - 4 = 2n + 7$ при любом натуральном значении n принимает нечетное значение. Разность двух простых чисел нечетна тогда и только тогда, когда одно из них равно двум. Однако, ни при каких натуральных n ни $n + 4$, ни $3n + 11$ двум не равно. Поэтому ответ: не могут.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

Ошибка в том, какие числа называются простыми (например, указали, что 1 – простое число) – 0 баллов.

В решении не рассмотрен случай с простым числом 2, в остальном решение верное и полное – 1 балл.

Верный ответ с полным обоснованием – 7 баллов.

Комментарий

Задача имеет другие решения. Например, можно рассмотреть два случая: 1) n четное, 2) n нечетное. Критерии оценивания остаются при этом прежними.

3. 10 рыбаков вернулись с рыбалки. Известно, что каждый из них вернулся с уловом, причем никакие два рыбака не поймали одно и то же число рыб. Любые пять из этих рыбаков поймали не меньше 20 рыб. Какое наименьшее число рыб могли поймать все 10 рыбаков?

Решение

Расположим игроков по возрастанию улова, при учете, что общее количество рыб должно получиться наименьшим. Тогда, поскольку первые в данной последовательности пять рыбаков поймали не меньше 20 рыб, то шестой в данной последовательности рыбак поймал не меньше 7 рыб. Иначе первые пять рыбаков поймали $5+4+3+2+1=15$ рыб, что меньше 20. При том, что шестой рыбак поймал 7 рыб, то первые пять могли поймать, например, $6+5+4+3+2=20$ рыб, то есть для первых пяти рыбаков условие «поймать не меньше 20 рыб» выполняется.

Значит, все 10 игроков поймали не меньше $20+7+8+9+10+11=65$ рыб.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

В решении рыбаки выстроены в последовательность по возрастанию улова и приведены примеры: первые пять игроков поймали $1+2+3+4+5=15$ рыб, или $2+3+4+5+6=20$ рыб или другие суммы с возрастанием слагаемых – 2 балла.

Сделан обоснованный вывод о том, что шестой рыбак в последовательности поймал не меньше 7 рыб – 5 баллов.

Приведено верное и полное решение – 7 баллов.

4. Имеется 3 кучки камней: в каждой кучке по 6 камней. Играют Маша и Ваня. Ходы делают по очереди. Первый ход делает Ваня. За один ход разрешается взять по камню из любых двух кучек. Как только будет получено после очередного хода одного из игроков по 1 камню в каждой из трех кучек, выигрыш засчитывается Ване. Может ли Ваня выиграть в этой игре?

Решение

Ваня не может выиграть в этой игре.

За каждый ход общее количество камней уменьшается на 2. Поскольку в начале камней 18, то их общее количество всегда будет четным. Значит, получить три кучки по одному камню нельзя.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

Замечено, что общее количество камней с каждым ходом уменьшается на 2, но дальнейшего продвижения в задаче нет – 3 балла.

Верное и полное решение – 7 баллов.

Комментарий.

Если в решении осуществлен полный перебор возможных ходов Вани и Маши и сделан верный вывод, то решение оценивается в 7 баллов.

5. Пусть x – натуральное число и $n_1, n_2, \dots, n_k$ – все его различные делители. Решите уравнение $n_1 + n_2 + \dots + n_k = x + 4$.

Решение

Любое число делится на 1 и на самого себя, поэтому сумма делителей числа x равна $x + 1 + x$. Учитывая исходное уравнение, получаем, что $y = 3$. Число 3 представить в виде суммы натуральных слагаемых можно только со слагаемым 1, но такой делитель уже использован, значит, число 3 само является делителем x . Значит, число x имеет ровно три различных делителя 1, 3 и x , откуда $x = 9$, и это единственное решение.

Критерий оценивания

Только ответ – 0 баллов.

Если ответ найден подбором, есть проверка найденного корня, но нет обоснования, что корень единственный – 2 балла.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях, имеются неточности в рассуждениях и нет обоснования, что число x не имеет других делителей, кроме 1, 3 и x – 4-5 баллов.

Корень найден в ходе рассуждений о его делителях с полным обоснованием, но имеются неточности в рассуждениях и – 6-7 баллов.