

**Решения заданий муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике
2024-2025 учебный год, 9 КЛАСС**

Максимальное количество 35 баллов

9.1. Решите числовой ребус на умножение. Одинаковым цифрам соответствуют одинаковые буквы, разным цифрам – разные буквы.

				К	Р	А	Б
					Р	А	К
Р	А	К	К	Р	А	Б	

Ответ: Ребус не имеет решений.

Решение:

Пусть $x = \overline{КРАБ}$, $y = \overline{РАК}$. Тогда справедливо выражение $xy = 1000y + x$.

$$x(y - 1) = 1000y$$

$y - 1$ и y – взаимно простые числа, значит, все делители $y - 1$ содержит в себе 1000.

$(y - 1)$ делится на 1000, чего быть не может.

Критерии	баллы
1. Полное решение задачи.	7
2. Решение верное, без объяснения не очевидных, но верных фактов. (актуально при попытке расшифровать по буквам)	5
3. Присутствует замена, указанная в решении. Замечено, что Б=5, при К – любом нечётном.	2
4. Заявлено, что К=1. Показано, что при К=1 – нет решений.	1
5. Решение полностью не верно или отсутствует.	0

9.2. Найдите все квадратные трёхчлены $x^2 + px + q$, на которые делится двучлен $x^4 - 1$.

Ответ: $x^2 + 1$ или $x^2 - 1$.

Решение:

$$x^4 - 1 = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) = (x - 1)(x(x^2 + 1) + x^2 + 1) \\ = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

Так как $x^2 + 1$ нельзя больше разложить, то умножаем остальные два множителя между собой.

Критерии	баллы
1. Полное решение задачи.	7
2. Указан ответ, без объяснения, что других нет. Сделана проверка.	3
3. Указан ответ, без объяснения, что других нет.	2
4. Неверное решение.	0

9.3. Задача на уроке математики звучала так: «Придумайте какие-нибудь четыре разных натуральных числа, среднее арифметическое которых равно второму по величине числу». Ученик записал, в тетради следующее: 1, x , y , 100. Какие числа ему можно взять вместо x так, чтобы можно было найти y , а числа были записаны в порядке возрастания?

Ответ: от 51 до 66.

Решение:

x – второе по величине, значит $x < y$.

$$\frac{1+x+y+100}{4} = x, \text{ откуда } y = 3x - 101.$$

$$1) 3x - 101 > x \Rightarrow x > 50,5$$

$$2) 3x - 101 < 100 \Rightarrow x < 67$$

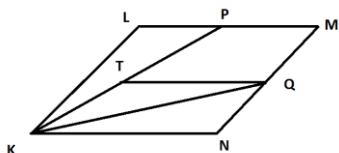
Критерии	баллы
1. Полное решение задачи.	7
2. В решении присутствуют обе оценки, но неверно сделан вывод.	5
3. В решении присутствует хотя бы одна оценка.	3
4. Записано соотношение $y = 3x - 101$.	1

5. Неверное решение.	0
----------------------	---

9.4. Дан параллелограмм KLMN. Точка P – середина стороны LM, Q – середина MN. Найдите KN, если PK=6, KQ=3, $\angle PKQ = 60^\circ$.

Ответ: $KN = 4$.

Решение:



Построим $QT \parallel KN$, где $T \in KP$. $MQ = QN$ по условию, QT – средняя линия трапеции KPNM, значит $KT = 0.5KP = 3$.

По условию $KQ = 3$, значит $\triangle KQT$ – равносторонний.

$$\frac{1}{2} \left(KN + \frac{KN}{2} \right) = 3 \Rightarrow KN = 4.$$

Критерии	баллы
1. Полное решение задачи.	7
2. Сделано корректное дополнительное построение и доказано, что $\triangle KQT$ – равносторонний. Аналогичные продвижения.	4
3. Сделаны дополнительные построения, способные привести к решению задачи, других продвижений нет.	1
4. Неверное решение.	0

9.5. Сумма 8 натуральных чисел равна 44. Определите наибольшее возможное значение наибольшего общего делителя этих чисел.

Ответ: 4.

Решение:

Оценка:

Сумма чисел делится на их НОД, так как каждое из чисел делится на НОД.

Перечислим делители числа 44: 1, 2, 4, 11, 22, 44.

Среднее арифметическое этих чисел $\frac{44}{8} = 5.5$, значит одно из этих чисел не больше 6.

Пример:

Семь четвёрок и 16.

1. Критерии	<i>баллы</i>
2. Полное решение задачи.	7
3. Оценка, без верного примера.	4
4. Верный пример, без оценки.	3
5. Перечислены делители числа 44, в остальном неверно.	1
6. Неверное решение.	0