

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

Ответы и решения

9 класс

9.1.Решение. Так как сумма 2024 чисел – число нечетное, то число нечетных слагаемых – нечетно. Тогда среди 2024 чисел есть хотя бы одно четное число. А значит, произведение 2024 чисел будет четным числом.

9.2.Ответ. 25

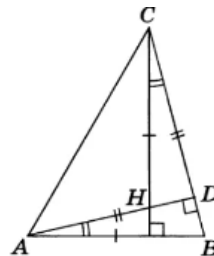
Решение. Пусть в классе x ребят младше Пети, тогда $2x$ ребят старше Пети. Итак, в классе $3x + 1$ ребят. Пусть в классе y ребят старше Кати, тогда $3y$ ребят младше Кати. Итак, в классе $4y + 1$ ребят. Это означает, что число учеников в классе имеет вид $N = 3x + 1$ и $N = 4y + 1$, откуда $N - 1 = 3x$ и $N - 1 = 4y$. Таким образом, число $N - 1$ делится и на 3, и на 4, т.е. оно делится на 12. Единственное такое число между 19 и 29 – это 24. Значит, $N - 1 = 24$, откуда $N = 25$.

9.3.Ответ: 3

Решение. Преобразуем выражение: $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1) = (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} + 1) = ((\sqrt[3]{2})^3 - 1)((\sqrt[3]{2})^3 + 1) = (2 - 1)(2 + 1) = 3$.

9.4.Решение.

Пусть D – основание высоты, опущенной из вершины A на сторону BC . Углы HCB и DAB равны как острые углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно, $\triangle CHD = \triangle ABD$ (по гипотенузе и острому углу). Поэтому $CD = AD$, т.е. треугольник ACD равнобедренный и прямоугольный, следовательно, $\angle ACB = 45^\circ$.



9.5.Ответ: 4

Решение. Начнем рассуждения с высказывания восьмого человека «Здесь не больше семи честных людей». Если восьмой – честный, то все хорошо. Если он лжет, то в комнате 8 честных людей, что противоречит тому, что восьмой – лжец. Значит, восьмой не может лгать, то есть он честный. Первый сказал, что в комнате нет честных людей. Но восьмой – честный, поэтому первый солгал. Значит, первый – лжец. Рассматривая высказывание седьмого человека, получим, что он не может быть лжецом. Иначе в комнате должно быть 7 или 8 честных людей. Но первый – лжец, поэтому, седьмой будет честным. Рассуждая далее аналогично, получим, что второй, третий и четвертый будут лжецами, а шестой и пятый – честными. Тогда в комнате будет четыре честных человека.