

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

10-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

10.1. Найдите наименьшее натуральное число n , для которого произведение $(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ делится на 1000.

10.2. Числа a и b – различные корни уравнения $x^3 - 3x + 1 = 0$. Чему равно значение $a^2 + ab + b^2$?

10.3. На стороне угла 30° взята точка D так, что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A , D и касающейся прямой BC .

10.4. На столе лежат 2024 красных и 2025 зелёных камней. Аня и Боря играют в следующую игру, делая ходы по очереди, причём Аня ходит первой: при очередном ходе игрок удаляет по своему усмотрению какое-нибудь число камней какого-нибудь цвета, являющегося делителем оставшегося числа камней другого цвета, а проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто из игроков может обеспечить себе победу независимо от ходов соперника?

10.5. Какое из чисел больше:

$$A = \frac{3}{(1 \cdot 2)^2} + \frac{5}{(2 \cdot 3)^2} + \dots + \frac{89}{(44 \cdot 45)^2} \quad \text{или} \quad B = \frac{\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}+1}}{\sqrt[3]{2}} ?$$