

10 класс

1. Найдите все натуральные n такие, что $n + S(n) = 2025$, где $S(n)$ – сумма цифр числа n .
2. Найдите все действительные корни уравнения

$$(x - 2024)^4 + (x - 2025)^2 = 1$$

3. После товарищеского матча по футболу две команды (каждая из которых состоит из 18 игроков, включая 2 вратарей и запасных игроков) решили поехать на озеро искупаться. Им предоставили два автобуса вместимостью 18 человек каждый. Игроки двух команд расселись в эти два автобуса случайным образом. Найти вероятность, что в каждом из автобусов есть хотя бы один вратарь.
4. Для произвольного четырехугольника $ABCD$ докажите, что его площадь S удовлетворяет неравенству $4S \leq (AB + BC)(CD + DA)$.
5. На плоскости прямолинейно с постоянными (не обязательно равными) скоростями движутся три точки. В некоторый момент времени они не находились на одной прямой. Могут ли после этого все три точки выстроиться вдоль каких-либо прямых более двух раз?
6. Последовательность $a_n, n \geq 0$ задана условиями $a_0 = 0$, $a_{n+1} = ka_n + \sqrt{(k^2 - 1)a_n^2 + 2025}, n \geq 0$, где k некоторое натуральное число. Доказать, что все члены последовательности целые, а члены с четными номерами делятся на $2k$.