

Всероссийская олимпиада школьников по математике
муниципальный этап в 2024-2025 учебном году

10 класс

ВНИМАНИЕ! Во всех задачах ответ нужно обосновать

1. Вася написал на доске несколько различных двузначных чисел. Оказалось, что сумма никаких двух из написанных на доске чисел не равна 90. Какое максимальное количество чисел мог написать Вася?
2. Дан квадратный трёхчлен $f(x)$. Известно, что существуют пары различных чисел (m, k) таких, что $\frac{f(m)}{f(k)} = \frac{m}{k}$. Назовём такие пары *хорошими*. Докажите, что произведение чисел mk во всех хороших парах одинаковое.
3. На доске были написаны не обязательно разные неотрицательные целые числа. Коля вычел из каждого исходного числа 1, затем сложил модули всех получившихся чисел, и получил сумму S_1 . Вася вычел из каждого исходного числа на доске 2, затем сложил модули всех получившихся чисел, и получил сумму S_2 . Наконец Андрей вычел из каждого исходного числа на доске 3, затем сложил модули всех получившихся чисел, и получил сумму S_3 . Сколько чисел 2 было написано на доске?
4. Есть 30 нечётных натуральных чисел. Оказалось, что их можно разбить на 10 троек таких, что в каждой тройке одно из чисел равно произведению двух других. Может ли сумма этих 30 чисел равняться 2024?
5. В трапеции $ABCD$ длина боковой стороны AB равна сумме длин оснований. Окружность Ω с центром в точке A , проходящая через D , пересекает отрезки BD и BA в точках E и F соответственно. Докажите, что точки B, C, E, F лежат на одной окружности.

