

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2024/2025 учебный год**

10 класс

1. На ЕГО (единая государственная олимпиада) за решение задачи части А участникам давали 2 балла, за решение задачи части Б – 4 балла, а за нерешенную задачу части А вычитали 2 балла. Один из участников решил 10 задач и получил в итоге 16 баллов. Сколько всего задач в части А?
2. Пусть a – корень уравнения $x^3 - 20x - 24 = 0$. Найдите уравнение третьей степени с целыми коэффициентами такое, чтобы его корнем было число a^2 .
3. Докажите неравенство для всех $x > 0$:

$$\frac{1}{x + x^2} + \frac{x}{1 + x^2} + \frac{x^2}{1 + x} > 1.$$

4. Из девяти отрезков с длинами 8, 9, 10, ..., 16 составили 3 треугольника, используя каждый отрезок ровно один раз. Докажите, что среди них обязательно есть остроугольный.
5. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ разрезали на четыре меньших с помощью разрезов вдоль отрезков, соединяющих середины противоположных сторон. Оказалось, что совпадают площади четырехугольничков с вершинами A и C , а также равны площади четырехугольничков с вершинами B и D . Докажите, что $ABCD$ – параллелограмм.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.