

Муниципальный этап ВсОШ 2024-2025 уч.г.
математика 10 класс задания
Работа рассчитана на 240 минут

1. Корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ – целые числа, отличные от нуля. Докажите, что число $p^2 + (q - 1)^2$ составное.
2. Можно ли квадрат со стороной 8 полностью покрыть двумя кругами диаметра 9?
3. Внутри треугольника ABC отмечена точка P . Биссектрисы углов BAC и ACP пересекаются в точке M , а биссектриса угла PBA и прямая, содержащая биссектрису угла BPC пересекаются в точке N . Докажите, что точка пересечения прямых CP и AB лежит на прямой MN .
4. Выписаны все делители некоторого натурального числа, кроме единицы и его самого. Какие-то два числа из этого списка отличаются в шесть раз. А во сколько раз отличаются два самых больших числа из этого списка?
5. Найдите все пары $(x; y)$ действительных чисел, удовлетворяющие условиям: $x^3 + y^3 = 1$ и $x^4 + y^4 = 1$.
6. 100 включённых и 100 выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках было поровну.