

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2024-2025 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

10-Й КЛАСС

Задание 10.1. Докажите, что $3^{2n+3} + 40n - 27$ делится на **64** для любого целого положительного n .

Задание 10.2. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если радиус описанной вокруг него окружности относится к радиусу вписанной в него окружности как $m:n$, $m \in N$, $n \in N$, $m > n(1 + \sqrt{2})$.

Задание 10.3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz - x = 2 \\ y^2 + xy + yz - y = 4 \\ z^2 + xz + yz - z = 6. \end{cases}$$

Задание 10.4. При каких действительных значениях x и α справедливо неравенство

$$\log_2 x + \log_x 2 + 2 \cos \alpha \leq 0?$$

Задание 10.5. Даны $n \geq 5$ натуральных чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию.

а) может ли сумма всех этих чисел быть равной **30**?

б) каково наибольшее значение n , если сумма всех этих чисел меньше **2024**?

в) найти все возможные значения n , если сумма всех этих чисел равна **144**.

*На выполнение задания дается 3 часа 55 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**Пользоваться электронными средствами
(ноутбуками, мобильными телефонами, калькуляторами и т.п.), а также любой литературой,
получать консультации по выполнению заданий КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ**