

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

2024-2025 уч. год

10 класс

10.1. Верно ли, что существует не менее 2024 различных натуральных чисел n , для каждого из

которых значение выражения $\sqrt{n\sqrt{n\sqrt{n}}}$ является натуральным числом?

10.2. Пусть a и b - положительные числа и $p = 1 + a/b$, $q = 1 + b/a$, $p^2 + q^2 = 15$.

Найдите значение выражения $p^4 + q^4$.

10.3. Докажите, что для любого натурального числа n число $k = (18^{4n+2} + 1)/325$ является составным натуральным числом.

10.4. Игроки A и B играют в следующую игру. Сначала игрок A расставляет в определённом порядке восемь карточек, на которых сверху записаны числа 2, 0, 1, 7, 1, 8, 2, 4. Затем игроки по очереди, начиная с игрока B , забирают себе одну из крайних карточек. Выигрывает тот игрок, на карточках которого сумма чисел больше. Кто из игроков выигрывает при правильной игре? (под *правильной* игрой понимаются такие действия игроков, когда каждый действует наилучшим для себя образом, пытаясь выиграть) Опишите выигрышную стратегию этого игрока.

10.5. Диагонали трапеции $ABCT$ перпендикулярны. Точки K, M, O, P – середины сторон AB, BC, CT, TA соответственно. На основании CT нашлась точка H , отличная от точки O , для которой угол MHP – прямой. Докажите, что угол BKH – прямой.