

**Задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по математике
в 2024-2025 учебном году**

10 класс

1. По кругу стоят несколько человек. Каждый из них сказал: «Один из моих соседей тяжелее меня, а другой – легче меня». Известно, что веса любых двух людей различны. Могло ли случиться, что среди стоящих солгали ровно 2025 человек?
2. В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = CB$, $\angle ACB = 100^\circ$. Точка M внутри треугольника выбрана так, что $\angle MAB = 30^\circ$, $\angle MBA = 20^\circ$. Найдите величину угла MCA .
3. Докажите, что для любого числа d , не делящегося на 2 и на 5, найдётся число, в десятичной записи которого содержатся одни единицы, и которое делится на d .
4. Квадратные трёхчлены $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что $3f(x)+g(x)$ и $f(x)-g(x)$ являются квадратными трёхчленами, имеющими ровно по одному корню. Известно, что $f(x)$ имеет два корня. Докажите, что $g(x)$ не имеет корней.
5. Казино «У Сысолы» предлагает игру по таким правилам. Игрок ставит любое целое число фишек (но не больше, чем у него в этот момент есть) либо на орла, либо на решку. Затем подбрасывается монета. Если игрок угадал, как она упадёт, он получает назад свою ставку и столько же монет впридачу. Если не угадал – ставку забирает казино. Если игроку не повезёт четыре раза подряд, казино присуждает ему в следующей игре «утешительную победу» вне зависимости от того, как упадёт монета. Вася пришёл в казино со 100 фишками. Он обязался сделать ровно пять ставок и ни разу не ставить больше 17 фишек. Какая наибольшая сумма фишек гарантированно останется у него после игры?